

**ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

HỒ THỊ MINH PHƯƠNG

**KẾT HỢP KIẾN THỨC QUY TRÌNH VÀ KIẾN THỨC
KHÁI NIỆM VỀ PHƯƠNG TRÌNH TRONG GIẢI
QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ THỰC TẾ**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ
LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC BỘ MÔN TOÁN
Mã số: 9140111**

Người hướng dẫn khoa học:
1. PGS.TS. TRẦN VUI
2. TS. NGUYỄN THỊ TÂN AN

Huế, 2022

Công trình được hoàn thành tại: Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

Người hướng dẫn khoa học: 1. PGS.TS. Trần Vui
2. TS. Nguyễn Thị Tân An

Phản biện 1

.....
.....
.....

Phản biện 2

.....
.....
.....

Phản biện 3

.....
.....
.....

Luận án sẽ được bảo vệ tại Hội đồng chấm luận án cấp Đại học Huế
họp tại.....

Vào hồi..... ngày..... tháng..... năm.....

Có thể tìm hiểu luận án tại thư viện:

1. Thư viện quốc gia Việt Nam
2. Thư viện Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

MỞ ĐẦU

Toán học là một ngành khoa học có nhiều ứng dụng trong cuộc sống. Những kiến thức và kỹ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển (Chương trình GDPT môn Toán, 2018).

Theo Rittle-Johnson và Koedinger (2005) “kiến thức được tổ chức, có cấu trúc tốt cho phép chúng ta giải quyết các vấn đề mới và ghi nhớ nhiều thông tin hơn là thực hiện các sự kiện hoặc quy trình đã ghi nhớ”. Để kiến thức có cấu trúc tốt như vậy đòi hỏi học sinh (HS) phải tích hợp *kiến thức khái niệm* (KTKN) (conceptual knowledge) và *kiến thức quy trình* (KTQT) (procedural knowledge) với *kiến thức bối cảnh* (KTBC) của các em đối với một nội dung kiến thức cụ thể.

Bắt đầu từ cuốn sách của J. Hiebert (1986), thuật ngữ *kiến thức khái niệm* (conceptual knowledge) và *kiến thức quy trình* (procedural knowledge) đã được sử dụng một cách rộng rãi trong việc dạy và học toán. KTKN và KTQT đại diện cho các thành phần thiết yếu của năng lực toán học (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Star, 2005; Baroody, Feil, & Johnson, 2007; Schneider & Stern, 2010; Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011; Star & Stylianides, 2013; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). HS học hiệu quả khi bản thân có thể liên hệ và kết nối các khái niệm và quy trình được học với các tình huống thực tế trong cuộc sống (Danquah, 2017).

Theo Van de Walle (2019), “KTQT là kiến thức định hướng giải quyết nhiệm vụ, có thể hoặc không có thể kết nối với KTKN”. Hơn nữa, “một khi KTQT có kết nối mật thiết với KTKN thì các quy trình và các kỹ hiệu sẽ là những công cụ mạnh mẽ để xây dựng kiến thức mới”.

Tuy nhiên, hiện tại ở Việt Nam có rất ít nghiên cứu về các khía cạnh quy trình và khái niệm của kiến thức, cũng như nghiên cứu về sự kết hợp của KTKN và KTQT với KTBC trong giải quyết vấn đề (GQVĐ) (Trần Vui, 2018). Do đó, nghiên cứu và khảo sát khả năng của HS trong việc sử dụng KTKN, KTQT, khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC để giải quyết các vấn đề liên quan đến một kiến thức toán học cụ thể là một việc làm cần thiết và có ý nghĩa.

Trong xu hướng giáo dục toán hiện nay, bên cạnh Giáo dục STEM, *Giáo dục toán thực* (Realistic Mathematics Education-RME) đang rất được quan tâm trên thế giới và ở Việt Nam. Mục đích của RME là nhằm thay đổi và đổi mới các phương pháp dạy toán trên toàn thế giới. Hai quan điểm chính của RME là “Toán học có quan hệ mật thiết với thực tế, và toán học là kết quả hoạt động của con người” (Freudenthal, 1973, 1991). Do vậy, học toán không chỉ là nghe, hiểu và tiếp nhận kiến thức có sẵn được truyền đạt một chiều từ giáo viên (GV), mà học toán là quá trình chuyển đổi từ những vấn đề thực tế, giải quyết vấn đề từ thực tế nhằm xây dựng những khái niệm, quy trình, thuật toán dưới sự hướng dẫn, gợi mở của GV. Cách thức xây dựng kiến thức toán xuất phát từ thực tế như trên được xem là một luận điểm đáng quan tâm trong RME, ở Việt Nam và các nước trên thế giới.

Để nâng cao khả năng hiểu toán của HS và để HS thấy được sự gắn kết giữa toán học với thực tế, trong Giáo dục toán thực, bối cảnh thực tế thường xuyên được sử dụng. Nhờ đó, HS tự khám phá các khái niệm và một số kiến thức theo yêu cầu của GV theo cách nghĩ của riêng mình. Theo Javier Diez-Palomar (2006), môn Toán thường khó có sự gắn kết với cuộc sống hàng ngày của HS. Do đó, một tình huống có liên hệ với thực tế, một bài toán có nội dung thực tế sẽ tạo nên động lực trong học tập và sự yêu thích môn toán hơn cho HS.

Một trong những khó khăn của HS khi giải quyết các vấn đề thực tế là việc hiểu đúng vấn đề đưa ra dưới dạng văn bản cũng như tìm nội dung toán học phù hợp với tình huống vấn đề. Trờ ngại lớn nhất khi giải quyết các vấn đề thực tế là thiết lập một mô hình toán học phù hợp, điều này đòi hỏi HS phải có kiến thức về bối cảnh xuất hiện vấn đề thực tế cũng như sở hữu một mức độ sáng tạo nhất định (Cotič & Felda, 2011).

Ở Việt Nam, một trong những mục tiêu chung của Chương trình GDPT môn Toán (2018) là “phát triển khả năng GQVĐ có tính tích hợp liên môn giữa môn Toán và các môn học khác”, “tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn...”. Chính vì thế, việc khảo sát và đề xuất các giải pháp phát triển khả năng của HS trong kết hợp KTKN và KTQT với KTBC để giải quyết các vấn đề thực tế là một trong những nội dung quan trọng, phù hợp với các quan điểm của RME và góp phần đạt được mục tiêu của Chương trình GDPT môn Toán (2018).

Phương trình (PT) là một chủ đề quan trọng trong chương trình toán phổ thông. Kiến thức và kỹ năng về PT có mặt xuyên suốt từ bậc tiểu học đến đại học. Những kiến thức về PT là chìa khóa để giải quyết nhiều vấn đề trong nội bộ toán học, trong liên môn khoa học và vận dụng vào đời sống. Do đó, khi viết Lời Giới thiệu cho bản dịch cuốn sách *17 phương trình thay đổi thế giới* (do Phạm Văn Thiều – Nguyễn Gia Khánh dịch, 2015) của tác giả Ian Stewart (2012), GS. Ngô Bảo Châu cho rằng “...vẻ đẹp của toán học nằm ở các phương trình.” Trong cuốn sách của mình, Stewart nhận định rằng: “*Các phương trình là máu huyết của toán học, khoa học và công nghệ. Không có chúng, thế giới của chúng ta sẽ không tồn tại dưới dạng hiện nay.*”

Trong hệ thống câu hỏi của Chương trình đánh giá HS quốc tế PISA (OECD, 2003, 2012, 2018), phương trình/hàm số bậc nhất và bậc hai là các kiến thức toán học được sử dụng để kiểm tra kỹ năng đại số của HS, được đưa vào trong các câu hỏi dưới dạng các vấn đề thực tế. Mặc dù PT là một chủ đề quan trọng trong chương trình đại số ở phổ thông trên toàn thế giới, nhưng dường như các nghiên cứu liên quan đến việc dạy học PT khá khan hiếm trong nghiên cứu giáo dục đại số (Vaiyavutjamai & Clements, 2006; Kieran, 2007). Khi giải quyết vấn đề liên quan đến PT, HS thường ghi nhớ các công thức, quy trình, thuật toán mà ít chú ý đến cấu trúc và ý nghĩa của khái niệm (Sönnnerhed, 2009).

Do đó, trong luận án chúng tôi tập trung nghiên cứu KTKN và KTQT đối với kiến thức về PT, tập trung vào nội dung PT trong chương trình Đại số 10 (cơ bản và nâng cao).

Mục tiêu của luận án nhằm khảo sát KTKN, KTQT và khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC của HS trong giải quyết các vấn đề thực tế về nội dung PT; khảo sát năng lực GQVĐ về nội dung PT của HS. Trên cơ sở đó, luận án nghiên cứu thiết kế các tiếp cận dạy học nhằm thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về PT của HS.

Để đạt được mục tiêu này, trong luận án chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu hỗn hợp, kết hợp phương pháp nghiên cứu định lượng và định tính (Creswell, 2012) để thiết kế nghiên cứu, thu thập và phân tích dữ liệu. Chúng tôi đề xuất một phân loại kiến thức dựa vào các khía cạnh quy trình và khái niệm của kiến thức, được chúng tôi gọi là *phân loại kiến thức PCK*, để thiết kế các đề kiểm tra và các bảng hỏi khảo sát KTKN, KTQT, cùng với khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội

dung PT trong giải quyết vấn đề của HS. Chúng tôi đề xuất các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ của HS dựa vào quá trình GQVĐ của Khung PISA 2021 (OECD, 2018), và thiết kế các thang đo gồm các tiêu chí để đo các năng lực thành tố này của năng lực GQVĐ. Chúng tôi đề xuất các tiếp cận dạy học gồm các giai đoạn và các bước dạy học theo bối cảnh để thiết kế các tiết dạy học thực nghiệm trên đối tượng HS lớp 10 ở một số tỉnh khu vực Nam Trung Bộ và Tây Nguyên để nâng cao KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung PT của HS.

Ngoài mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo, nội dung luận án được bố cục thành 5 chương.

Trong Chương 1 chúng tôi tổng quan kết quả của một số nghiên cứu về các loại kiến thức hỗ trợ cho giải quyết vấn đề toán học, gồm KTKN, KTQT và KTBC; đồng thời, chúng tôi phân tích những khó khăn của HS khi kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội dung PT trong giải quyết vấn đề thực tế, trên cơ sở đó chúng tôi xác định mục tiêu nghiên cứu và các câu hỏi nghiên cứu đặt ra trong luận án.

Trong Chương 2 chúng tôi đề xuất khung lý thuyết tham chiếu cho luận án, trong đó chúng tôi phân tích nội dung PT trong chương trình Đại số 10 (cơ bản và nâng cao), thống kê tỉ lệ các bài tập đánh giá KTKN, KTQT, sự kết hợp của KTKN và KTQT với KTBC trong các bài học dạy học kiến thức về PT, trên cơ sở đó chúng tôi đề xuất KTKN và KTQT đối với nội dung PT. Chúng tôi đề xuất một phân loại kiến thức dựa trên các khía cạnh khái niệm và quy trình của kiến thức, được chúng tôi gọi là *phân loại kiến thức PCK*, nhằm đánh giá khả năng hiểu toán và khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội dung PT để giải quyết vấn đề của HS. Dựa trên khung lý thuyết PISA 2021, chúng tôi đề xuất các năng lực thành tố của năng lực giải quyết vấn đề (GQVĐ), cùng với các tiêu chí đánh giá từng năng lực thành tố này. Căn cứ vào mục tiêu, ý nghĩa, các nguyên tắc và các quan điểm của tiếp cận dạy học theo bối cảnh của nhiều nhà nghiên cứu giáo dục, chúng tôi đề xuất các tiếp cận dạy học theo bối cảnh nhằm thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung PT của HS.

Trong Chương 3 chúng tôi trình bày phương pháp nghiên cứu nhằm trả lời cho các câu hỏi nghiên cứu được đề ra trong luận án, trong đó chúng tôi phân tích thiết kế nghiên cứu, đối tượng tham gia, công cụ nghiên cứu, thiết kế thực nghiệm và phương pháp phân tích dữ liệu.

Trong Chương 4 chúng tôi trình bày các kết quả nghiên cứu của luận án, trả lời cho các câu hỏi nghiên cứu được đưa ra trong luận án, gồm: (1) Khảo sát khả năng sử dụng KTKN, KTQT và kết hợp ba loại kiến thức về nội dung PT trong giải quyết vấn đề của học sinh; (2) Khảo sát năng lực GQVĐ về nội dung PT của HS; (3) Xây dựng một tiếp cận dạy học theo bối cảnh thúc đẩy KTKN về nội dung PT của HS; (4) Xây dựng một tiếp cận dạy học theo bối cảnh thúc đẩy năng lực GQVĐ về nội dung PT của HS.

Cuối cùng, trong Chương 5, chúng tôi kết luận về các kết quả nghiên cứu đạt được trong luận án, trả lời cho các câu hỏi nghiên cứu được đưa ra trong luận án. Trên cơ sở đó chúng tôi đề xuất một số kiến nghị, giới hạn và một số hướng mở rộng của đề tài.

Chương 1. ĐẶT VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Ba loại kiến thức hỗ trợ cho quá trình giải quyết vấn đề

1.1.1. Kiến thức khái niệm

1.1.2. Kiến thức quy trình

1.1.3. Mối quan hệ giữa kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình

1.1.4. Chất lượng và loại kiến thức

1.1.5. Kiến thức bối cảnh

1.1.6. Kết nối ba loại kiến thức trong quá trình giải quyết vấn đề thực tế

1.2. Năng lực toán học

1.2.1. Năng lực toán học và vai trò của ba loại kiến thức trong hình thành năng lực toán học của học sinh

1.2.2. Một số nghiên cứu liên quan đến năng lực toán học và mối quan hệ với ba loại kiến thức

1.3. Thực trạng sử dụng ba loại kiến thức để giải quyết các vấn đề thực tế liên quan đến nội dung về phương trình

1.3.1. Vai trò của kiến thức về phương trình và thực trạng đánh giá ba loại kiến thức về phương trình trong chương trình Đại số 10

1.3.2. Những khó khăn của học sinh trong việc sử dụng ba loại kiến thức để giải quyết các vấn đề thực tế liên quan đến nội dung về phương trình

1.4. Đặt vấn đề nghiên cứu

1.5. Mục đích nghiên cứu và câu hỏi nghiên cứu

Mục đích chính của luận án nhằm khảo sát KTKN, KTQT và khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC của HS trong giải quyết các

vấn đề thực tế về nội dung phương trình; khảo sát năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS; trên cơ sở đó, luận án nghiên cứu thiết kế các tiếp cận dạy học nhằm thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về phương trình của HS.

Các câu hỏi nghiên cứu:

• **Câu hỏi 1.** KTKN, KTQT và khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC của HS lớp 10 để giải quyết các nhiệm vụ về phương trình được thể hiện như thế nào?

• **Câu hỏi 2.** Vận dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh như thế nào để thúc đẩy KTKN, KTQT và năng lực GQVĐ của HS?

• **Câu hỏi 3.** KTKN về nội dung phương trình của HS thay đổi như thế nào trước và sau khi tham gia vào lớp học sử dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh?

• **Câu hỏi 4.** Năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS thay đổi như thế nào trước và sau khi tham gia vào lớp học sử dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh?

Chương 2. KHUNG LÝ THUYẾT THAM CHIẾU

2.1. Kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình về phương trình

2.1.1. Nội dung phương trình trong sách giáo khoa Đại số 10 cơ bản

2.1.2. Nội dung phương trình trong sách giáo khoa Đại số 10 nâng cao

2.1.3. Kiến thức khái niệm về phương trình

2.1.3.1. Kiến thức khái niệm về phương trình một ẩn/hai ẩn

2.1.3.2. Kiến thức khái niệm về phương trình bậc nhất một ẩn/hai ẩn

2.1.3.3. Kiến thức khái niệm về phương trình bậc hai một ẩn

2.1.4. Kiến thức quy trình về phương trình

2.1.4.1. Kiến thức quy trình về phương trình một ẩn/hai ẩn

2.1.4.2. Kiến thức quy trình về phương trình bậc nhất một ẩn/hai ẩn

2.1.4.3. Kiến thức quy trình về phương trình bậc hai một ẩn

2.2. Phân loại các nhiệm vụ toán theo kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình

2.2.1. Các kiểu kiến thức của phân loại kiến thức PCK

2.2.2. Phân loại kiến thức PCK đối với nội dung phương trình một ẩn

2.2.3. Phân loại kiến thức PCK đối với nội dung phương trình bậc nhất một ẩn

2.2.4. Phân loại kiến thức PCK đối với nội dung phương trình bậc hai một ẩn

2.3. Năng lực giải quyết vấn đề và thang đo năng lực giải quyết vấn đề

2.3.1. Năng lực giải quyết vấn đề

2.3.2. Thang đo các năng lực thành tố của năng lực giải quyết vấn đề

2.4. Dạy học thúc đẩy kiến thức khái niệm và năng lực giải quyết vấn đề của học sinh

2.4.1. Dạy học theo bối cảnh

2.4.2. Các giai đoạn dạy học theo bối cảnh để thúc đẩy kiến thức khái niệm của học sinh

2.4.3. Kết hợp quá trình giải quyết vấn đề của PISA với các giai đoạn dạy học theo bối cảnh trong dạy học thúc đẩy năng lực giải quyết vấn đề của học sinh

Chương 3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

3.1. Thiết kế nghiên cứu

Quá trình nghiên cứu trong luận án được thiết kế thành ba giai đoạn để trả lời cho các câu hỏi nghiên cứu đề ra trên đây.

Giai đoạn 1: Khảo sát khả năng kết hợp KTKN và KTQT của HS lớp 10 để GQVĐ liên quan đến nội dung phương trình giúp tìm hiểu thực trạng và có những nhận định ban đầu về khả năng này ở HS. Khảo sát 1 được thực hiện vào tuần thứ 15 của học kỳ 1 năm học 2017-2018, ở thời điểm này HS đã học xong chương “Phương trình và hệ phương trình”.

Giai đoạn 2: Khảo sát KTKN, KTQT, khả năng kết hợp KTKN và KTQT, và năng lực GQVĐ của HS về nội dung phương trình, đặc biệt là các vấn đề thực tế để định hướng thiết kế nghiên cứu thực nghiệm. Khảo sát 2 được thực hiện vào tuần thứ 14 của học kỳ 1 năm học 2018-2019 ở thời điểm này HS cũng đã học xong chương “Phương trình và hệ phương trình”.

Giai đoạn 3: Thực hiện trong 9 tuần liên tiếp thuộc học kỳ 1 năm học 2019-2020, từ ngày 19/10/2020 đến hết ngày 21/12/2020. Sau khi phân tích kết quả khảo sát ở giai đoạn 1 và 2, nghiên cứu cơ sở lý thuyết, chúng tôi xây dựng các kế hoạch bài dạy chi tiết (13 tiết) theo tiếp cận dạy học dựa trên bối cảnh đã đề xuất ở Chương 2, nhằm thúc đẩy KTKN, khả năng

kết hợp KTKN và KTQT, năng lực GQVĐ của HS về nội dung phương trình, tiến hành dạy học thực nghiệm để đánh giá tính hiệu quả của các tiếp cận dạy học được xây dựng.

3.2. Đối tượng tham gia

- Có tổng cộng 154 HS lớp 10 ở ba trường THPT trên địa bàn thành phố Quy Nhơn, tỉnh Bình Định tham gia khảo sát trong **giai đoạn 1**.

- Có tổng cộng 494 HS lớp 10 tham gia vào cuộc khảo sát trong **giai đoạn 2**. Tất cả các HS lớp 10 được chọn để thực hiện khảo sát đều đang học chương trình nâng cao của Sách Giáo khoa Đại số 10.

- Có tổng cộng 257 HS tham gia vào hoạt động thực nghiệm dạy học trong **giai đoạn 3**.

- Có 06 GV Toán tham gia vào quá trình thực nghiệm dạy học ở **giai đoạn 3**, thuộc Trường THPT Nguyễn Diêu (tỉnh Bình Định), Trường THPT Kon Tum (tỉnh Kon Tum) và Trường THPT Phan Đình Phùng (tỉnh Phú Yên).

3.3. Công cụ nghiên cứu

- Phiếu khảo sát 1
- Phiếu khảo sát 2
- Bài kiểm tra đầu vào
- Phiếu kiểm tra hiểu khái niệm phương trình
- Bài kiểm tra đầu ra
- Phiếu phỏng vấn

3.4. Thiết kế dạy học thực nghiệm

Nhằm đánh giá tính khả thi và hiệu quả của tiếp cận dạy học gồm ba giai đoạn năm bước để thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về phương trình của HS, chúng tôi tiến hành thực nghiệm dạy học đối với ba chủ đề, gồm 13 tiết học với kiến thức thuộc chương 3 của chương trình Đại số 10.

3.5. Phân tích dữ liệu

- Để đánh giá các phạm trù kiến thức PK1, PK2, CK1, CK2 và PCK trong các phiếu khảo sát, bài kiểm tra, chúng tôi sử dụng thang điểm 4.

- Để đánh giá năng lực GQVĐ của HS, chúng tôi sử dụng thang đo các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ đã đề xuất ở chương 2. Điểm năng lực GQVĐ của mỗi nhiệm vụ được tính bằng trung bình cộng của điểm các năng lực thành tố và xếp thành 4 mức độ.

- Để phân tích định lượng dữ liệu thu thập được, chúng tôi sử dụng phần mềm Thống kê IBM SPSS Statistics 22.

- Bên cạnh đó, chúng tôi sử dụng phương pháp định tính để phân tích câu trả lời ở các phiếu khảo sát và bài kiểm tra nhằm nhận ra những sai lầm, khó khăn trong các phạm trù kiến thức PK1, PK2, CK1, CK2 và PCK cũng như biểu hiện các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ của HS đối với nội dung phương trình.

Chương 4. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

4.1. Khả năng sử dụng kiến thức khái niệm, kiến thức quy trình và kết hợp ba loại kiến thức về nội dung phương trình trong giải quyết vấn đề của học sinh

Để khảo sát khả năng sử dụng KTKN, KTQT và khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội dung phương trình trong GQVĐ của HS, chúng tôi thiết kế một bảng hỏi gồm 15 câu hỏi với 25 nhiệm vụ, đáp ứng các phạm trù nhận thức của phân loại kiến thức PCK. Nội dung của 15 câu hỏi trong bảng hỏi tập trung vào năm lĩnh vực kiến thức: (1) Giải phương trình, (2) Điều kiện có nghiệm của phương trình, (3) Đọc đề thị, (4) Liên hệ giữa biểu diễn đồ thị và biểu diễn đại số, (5) Ứng dụng phương trình giải quyết vấn đề thực tế.

Chúng tôi sử dụng bảng hỏi được thiết kế để khảo sát 494 HS lớp 10 ở một số trường THPT trên địa bàn các tỉnh Bình Định, Phú Yên, Khánh Hòa, Kon Tum. Sau khi thu thập bài làm của 494 HS tại các trường THPT được khảo sát, chúng tôi đánh giá, tổng hợp, phân tích dữ liệu thu thập được bằng phần mềm thống kê IBM SPSS Statistics 22.

Kết quả nghiên cứu cho thấy:

- Tỷ lệ (%) đạt được của điểm trung bình trên số điểm cao nhất có thể có của các nhiệm vụ đánh giá KTQT cao hơn nhiều so với tỷ lệ đạt được của các nhiệm vụ đánh giá KTKN.

- Đặc biệt, tỷ lệ (%) đạt được của trung bình tổng điểm các nhiệm vụ đánh giá KTQT là 64,87% trên tổng điểm cao nhất có thể, cao hơn nhiều so với tỷ lệ trung bình tổng điểm các nhiệm vụ đánh giá KTKN là 47,58%. Điều đó có nghĩa là KTQT về PTB1 của HS cao hơn nhiều so với KTKN của các em.

- Trung bình tổng điểm các nhiệm vụ đánh giá khả năng kết hợp ba loại kiến thức về nội dung phương trình trong GQVĐ là rất thấp, với tỷ lệ (%) trung bình tổng điểm trên tổng điểm cao nhất có thể là 29,59%.

- Đặc biệt, điểm trung bình các nhiệm vụ đánh giá khả năng giải quyết vấn đề thực tế cũng rất thấp, với tỉ lệ (%) trung bình đạt được của biến IPCK3 trên điểm cao nhất có thể là 29,06%.

4.2. Khả năng giải quyết vấn đề về nội dung phương trình của học sinh

Để khảo sát khả năng GQVĐ về nội dung phương trình của HS, chúng tôi đã sử dụng một bảng hỏi gồm 04 câu hỏi với 09 nhiệm vụ, được chọn lọc trong số 15 câu hỏi được thiết kế để đo khả năng sử dụng KTQT, KTKN và khả năng kết hợp ba loại kiến thức về nội dung phương trình trong GQVĐ của HS như đã trình bày ở phần trước (gồm Câu 12, Câu 13, Câu 14 và Câu 15). Chúng tôi sử dụng thang đo các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ được đề xuất trong chương 2 để khảo sát 494 HS lớp 10 ở các trường THPT trên địa bàn các tỉnh Bình Định, Phú Yên, Khánh Hòa, Kon Tum, đánh giá mức độ đạt được của mỗi HS đối với mỗi nhiệm vụ.

Thống kê kết quả bài làm của HS cho thấy:

- Khi giải quyết từng nhiệm vụ, HS thường gặp khó khăn trong việc thiết lập các tình huống bằng phương pháp toán học, dẫn đến không thiết lập được hoặc thiết lập sai tình huống vấn đề bằng phương pháp toán học. Khi đó, HS không thể giải quyết vấn đề toán học, do đó không thể phiên dịch chính xác lời giải cho tình huống vấn đề ngược trở lại thế giới thực.

- Những HS đã thiết lập đúng tình huống bằng phương pháp toán học thường có ít sai sót trong việc vận dụng KTQT để GQVĐ. Đồng thời, khi giải quyết được tình huống vấn đề bằng phương pháp toán học, HS hầu như phiên dịch chính xác các giải pháp hoặc suy luận toán học ngược trở lại bối cảnh của vấn đề và xác định chính xác tính hợp lý và ý nghĩa của kết quả trong bối cảnh của vấn đề.

Kết quả nghiên cứu cho thấy năng lực GQVĐ về phương trình của HS là rất yếu.

4.3. Tiếp cận dạy học theo bối cảnh thúc đẩy kiến thức khái niệm về nội dung phương trình của học sinh

Trong mục này chúng tôi trình bày kết quả nghiên cứu về áp dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước được đề xuất trong chương 2 để thực nghiệm dạy học đối với chủ đề “Đại cương về phương trình” trong chương trình Đại số 10 nâng cao nhằm thúc đẩy KTKN về nội dung phương trình của HS lớp 10.

Thực nghiệm dạy học được tiến hành trong 9 tuần liên tiếp từ ngày 19/10/2020 đến hết ngày 21/12/2020 trên đối tượng học sinh lớp 10 tại

Trường THPT Nguyễn Diêu (tỉnh Bình Định), Trường THPT Kon Tum (tỉnh Kon Tum) và Trường THPT Phan Đình Phùng (tỉnh Phú Yên), với kế hoạch cụ thể trong từng tuần được mô tả chi tiết trong luận án.

Ở tuần thứ hai của quá trình thực nghiệm dạy học, chúng tôi đã sử dụng bài kiểm tra đầu vào (pretest) để khảo sát hiểu biết và kiến thức sẵn có về phương trình của 257 HS lớp 10 ở ba trường THPT, mỗi trường có 02 lớp.

Cuối đợt thực nghiệm, trong tuần thứ 9, tất cả 257 HS tham gia trong nghiên cứu này tiếp tục thực hiện một bài kiểm tra sau thực nghiệm (posttest) nhằm đánh giá sự tiến bộ của HS trong hiểu khái niệm phương trình so với trước khi tiến hành thực nghiệm dạy học.

Với mục đích đánh giá sự tiến bộ kiến thức khái niệm về nội dung phương trình của HS sau thực nghiệm dạy học, các câu hỏi được thiết kế đáp ứng các cấp độ nhận thức CK1, CK2 và PCK của phân loại tư duy PCK.

Chúng tôi so sánh sự tiến bộ của năng lực hiểu khái niệm của 257 HS sau thực nghiệm dạy học bằng cách so sánh tỉ lệ (%) đạt được của HS đối với từng nhiệm vụ qua hai bài kiểm tra pretest và posttest. Bên cạnh đó, chúng tôi còn so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình từng phạm trù kiến thức CK1, CK2 và PCK trong phân loại kiến thức PCK. Để đánh giá thêm hiệu quả của tiếp cận dạy học gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học hiểu khái niệm được đề xuất trong luận án, chúng tôi còn tiến hành so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình từng phạm trù kiến thức CK1, CK2, PCK trong phân loại kiến thức PCK khi tiến hành khảo sát KTKN ở giai đoạn 2 của 247 HS tại ba trường thực nghiệm dạy học trong sáu trường THPT tiến hành khảo sát, với tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình từng phạm trù kiến thức CK1, CK2, PCK của 257 HS tại 6 trường THPT này trong bài kiểm tra posttest.

Từ những phân tích, so sánh trên đây giữa kết quả bài làm của 257 HS đối với bài kiểm tra pretest và bài kiểm tra posttest, chúng ta thấy rằng khả năng hiểu và vận dụng KTKN về nội dung phương trình trong GQVĐ của HS được nâng cao rõ rệt sau thực nghiệm dạy học. Hơn nữa, so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình từng phạm trù kiến thức CK1, CK2 và PCK của 17 nhiệm vụ trong bảng hỏi khảo sát đo KTQT, KTKN, khả năng kết hợp giữa ba loại kiến thức trong GQVĐ, đo năng lực GQVĐ ở giai đoạn 2 và của 11 nhiệm vụ trong bài kiểm tra posttest cho thấy tỉ lệ đạt được của các phạm trù này tăng lên rõ rệt sau khi GV tác động tiếp cận dạy học hiểu khái niệm theo bối cảnh được đề xuất.

Sau thực nghiệm dạy học chúng tôi tiến hành phỏng vấn 02 HS ở mỗi trường THPT thực nghiệm nhằm tìm hiểu cảm nhận, cách tư duy và hoạt động của HS khi giải quyết vấn đề bối cảnh sử dụng trong tiếp cận dạy học, những khó khăn của HS trong quá trình tham gia tiếp cận dạy học hiểu khái niệm phương trình.

4.4. Tiếp cận dạy học theo bối cảnh thúc đẩy năng lực giải quyết vấn đề về nội dung phương trình của học sinh

Trong mục này chúng tôi trình bày kết quả nghiên cứu về việc áp dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm *ba giai đoạn và năm bước* được đề xuất trong chương 2 để thực nghiệm dạy học đối với chủ đề “Giải quyết vấn đề liên quan đến PTB1 và PTB2” trong chương trình Đại số 10 nâng cao nhằm nâng cao năng lực GQVĐ về phương trình của HS lớp 10.

Với mục đích đánh giá sơ bộ năng lực GQVĐ của HS về nội dung phương trình, chúng tôi lựa chọn phân tích kết quả bài làm của HS đối với 8 nhiệm vụ Q12, Q21, Q32a, Q32b, Q13, Q23, Q33, Q34 trong bài kiểm tra đầu vào, là những vấn đề được thiết kế đáp ứng các phạm trù kiến thức CK2 và PCK của phân loại kiến thức PCK, trong đó có 3 nhiệm vụ là các vấn đề thực tế.

Kết thúc giai đoạn thực nghiệm dạy học thúc đẩy hiểu khái niệm và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS, tất cả 257 HS tham gia trong nghiên cứu này tiếp tục thực hiện một bài kiểm tra đầu ra (posttest, xem Phụ lục 5). Với mục đích đánh giá sự tiến bộ trong năng lực GQVĐ về phương trình của HS sau giai đoạn thực nghiệm dạy học, chúng tôi lựa chọn phân tích kết quả bài làm của HS đối với 8 nhiệm vụ Q12, Q21, Q32a, Q32b, Q13, Q23, Q33, Q34 trong bài kiểm tra posttest, là những vấn đề được thiết kế đáp ứng các phạm trù kiến thức CK2 và PCK của phân loại kiến thức PCK, trong đó có 3 nhiệm vụ là các vấn đề thực tế.

Tương tự cách làm như đối với dạy học hiểu khái niệm, chúng tôi so sánh sự tiến bộ năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của 257 HS sau thực nghiệm dạy học bằng cách so sánh tỉ lệ (%) đạt được của HS đối với từng nhiệm vụ qua hai bài kiểm tra pretest và posttest. Bên cạnh đó, chúng tôi so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình các phạm trù kiến thức CK2 và PCK trong phân loại kiến thức PCK qua hai bài kiểm tra. Đồng thời, để đánh giá thêm hiệu quả của tiếp cận dạy học gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học GQVĐ được đề xuất

trong luận án, chúng tôi còn tiến hành so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình các phạm trù kiến thức CK2 và PCK trong phân loại kiến thức PCK khi tiến hành khảo sát năng lực GVQVĐ ở giai đoạn 2 của 247 HS tại ba trường thực nghiệm dạy học trong sáu trường THPT tiến hành khảo sát, với tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình các phạm trù kiến thức CK2 và PCK của 257 HS tại 6 trường THPT này trong bài kiểm tra posttest.

Từ những phân tích, so sánh trên đây giữa kết quả bài làm của 257 HS đối với bài kiểm tra pretest và bài kiểm tra posttest, chúng ta thấy rằng năng lực GVQVĐ về nội dung phương trình của HS được nâng cao rõ rệt sau thực nghiệm dạy học. Hơn nữa, so sánh tỉ lệ (%) đạt được của điểm trung bình các phạm trù kiến thức CK2 và PCK của 13 nhiệm vụ trong bảng hỏi đo năng lực GVQVĐ ở giai đoạn 2 và của 11 nhiệm vụ trong bài kiểm tra posttest cho thấy tỉ lệ đạt được của các phạm trù này tăng lên rõ rệt sau khi GV tác động tiếp cận dạy học GVQVĐ theo bối cảnh được đề xuất.

Tiếp tục nội dung phỏng vấn HS sau thực nghiệm dạy học đã được chúng tôi trình bày ở mục 4.3, trong mục này chúng tôi tổng hợp kết quả phỏng vấn 02 HS ở mỗi Trường THPT thực nghiệm, lựa chọn phân tích kết quả phỏng vấn của một số câu hỏi trong phiếu phỏng vấn để tìm hiểu cảm nhận, cách tư duy và hoạt động của HS khi giải quyết các vấn đề thực tế sử dụng trong tiếp cận dạy học theo bối cảnh.

Chương 5. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

5.1. Kết luận

5.1.1. Khả năng sử dụng và kết hợp kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình với kiến thức bối cảnh về nội dung phương trình trong giải quyết vấn đề của học sinh

Kết quả khảo sát 494 HS lớp 10 tại 6 trường THPT trên địa bàn các tỉnh khu vực Nam Trung Bộ và Tây Nguyên cho thấy khả năng sử dụng KTKN về nội dung PT của HS không cao, với tổng điểm trung bình của biên quan sát CK (biểu diễn cho KTKN) nhỏ hơn một nửa so với điểm tối đa có thể đạt được (với tỉ lệ 47,58%). KTQT về nội dung PT của HS được thể hiện tốt hơn, với tỉ lệ điểm trung bình của biên quan sát PK (biểu diễn cho KTQT) trên tổng số điểm tối đa có thể là 64,87%. Khả

năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội dung PT trong GQVĐ của HS là rất thấp, với trung bình tổng điểm chỉ chiếm 29,59% trên tổng điểm cao nhất có thể.

Dựa trên kết quả bài làm của 494 HS đối với 09 nhiệm vụ được chọn lọc trong số 15 câu hỏi của phiếu khảo sát 2, chúng tôi có kết luận rằng trong ba năng lực thành tố của năng lực GQVĐ, thành tố thứ nhất có điểm trung bình cao nhất, tiếp đến là thành tố thứ hai, và thấp nhất là điểm trung bình của thành tố thứ ba. Thống kê kết quả bài làm của HS cho thấy HS thường gặp khó khăn trong việc thiết lập các tình huống bằng phương pháp toán học, dẫn đến không thiết lập được hoặc thiết lập sai tình huống vấn đề bằng phương pháp toán học. Do đó, HS không thể giải quyết vấn đề toán học, và dẫn đến không thể phiên dịch chính xác lời giải cho tình huống vấn đề ngược trở lại thế giới thực. Những HS đã thiết lập đúng tình huống bằng phương pháp toán học thường ít sai sót trong việc vận dụng KTQT để giải quyết vấn đề. Đồng thời, khi giải quyết được tình huống vấn đề bằng phương pháp toán học, HS hầu như phiên dịch chính xác các giải pháp hoặc suy luận toán học ngược trở lại bối cảnh của vấn đề, xác định chính xác tính hợp lý và ý nghĩa của kết quả trong bối cảnh của vấn đề. Một cách tổng thể, kết quả khảo sát thể hiện rằng năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS là rất yếu.

Những phát hiện này về mặt cơ bản đã phản ánh đúng kết quả khảo sát thể chế về nội dung phương trình trong SGK Đại số 10 (cơ bản và nâng cao) được trình bày trong mục 2.1, ở đó chúng tôi cũng khảo sát rằng tỉ lệ bài tập đánh giá KTKN về nội dung phương trình của HS là thấp, đặc biệt, tỉ lệ bài tập đánh giá sự kết hợp của KTKN và KTQT với KTBC là rất thấp, chủ yếu là các bài tập đánh giá KTQT. Một thực tế là cách thức đánh giá sẽ có tác động rất lớn đến phương pháp học của HS, qua đó sẽ ảnh hưởng gián tiếp đến lượng kiến thức thu nhận được của HS. Một khi HS không được đánh giá nhiều về KTKN, cũng như không được đánh giá nhiều về kỹ năng GQVĐ, khả năng sử dụng KTKN của các em sẽ không cao, đồng thời, việc hình thành năng lực GQVĐ cho HS sẽ có nhiều cản trở. Chính vì thế, bên cạnh việc thay đổi chương trình SGK theo hướng tăng cường đánh giá KTKN cũng như đánh giá khả năng GQVĐ của HS, GV cũng cần sử dụng những tiếp cận dạy học tích cực/kiến tạo trong dạy học hiểu khái niệm và dạy học GQVĐ, giúp cải thiện và nâng cao KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

5.1.2. Tiếp cận dạy học hiểu khái niệm và giải quyết vấn đề về nội dung phương trình của học sinh

Có nhiều biện pháp để thúc đẩy KTKN và nâng cao năng lực GQVĐ cho HS, trong đó các tiếp cận dạy học theo bối cảnh là những phương pháp dạy học tích cực/kiến tạo có thể được sử dụng.

Tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học hiểu khái niệm được chúng tôi đề xuất dựa vào các nghiên cứu về quan điểm, ý nghĩa, mục đích và nguyên tắc dạy học theo bối cảnh của nhiều nhà giáo dục, kết hợp với ba hoạt động chính trong dạy học khái niệm của Kim (2011), cũng như kết hợp với bốn hoạt động dạy học khái niệm toán học đề xuất bởi Thái và cộng sự (2018), trong đó coi trọng vai trò của vấn đề được đưa ra trong các bối cảnh - các vấn đề thực tế, vừa tạo tình huống thú vị ban đầu, vừa khơi gợi cho HS hình thành khái niệm qua quá trình giải quyết vấn đề thực tế, vừa kiến tạo không khí hợp tác trong học tập của HS.

Ở bước 1 của giai đoạn mở đầu, GV sẽ chuẩn bị các kiến thức cần hỏi và kiểm tra HS, GV chuẩn bị một số vấn đề thực tế liên quan đến khái niệm mới cần truyền đạt để giới thiệu cho HS nhằm tạo động cơ, nhu cầu học tập, đặt vấn đề dẫn đến học tập khái niệm mới, hoặc từ việc giải quyết vấn đề thực tế để HS khám phá khái niệm. Hơn nữa, GV cần biết và kiểm tra HS đã học những kiến thức liên quan nào, còn nhớ gì, để HS có thể hiểu được vấn đề thực tế và giải quyết được vấn đề thực tế dựa trên các kiến thức hiện có. Ở bước 2 của giai đoạn cốt lõi, việc chia HS thành các nhóm nhỏ ngay từ bước này sẽ tạo cơ hội cho các em hợp tác cùng nhau hiểu vấn đề, thảo luận kiến thức được đề cập trong vấn đề, để cùng nhau giải quyết vấn đề trong bước 3. Trong bước 3, HS cần phải có kỹ năng toán học hóa tình huống thực tế, lựa chọn và vận dụng KTKN về nội dung kiến thức đã biết để đưa tình huống thực tế về vấn đề toán học, trên cơ sở đó, HS kết hợp cả KTKN và KTQT về nội dung kiến thức cần sử dụng để giải quyết mô hình toán được xác lập. KTKN đóng vai trò quyết định trong việc xác lập mô hình toán học, còn để giải quyết vấn đề toán học thì các em cần vận dụng cả KTKN và KTQT. Ở bước 4, qua trình bày lời giải vấn đề của các nhóm, cùng với các câu hỏi gợi mở của GV, giúp HS thảo luận để nhận diện, phát hiện khái niệm mới. Ở bước này, các câu hỏi gợi mở, khơi gợi, dẫn dắt của GV đóng vai trò quan trọng giúp HS có thể phát hiện được khái niệm (có thể không chính xác hoàn toàn). Đây là bước tập trung

vào việc khám phá khái niệm mới cần truyền đạt, là mục tiêu chính của việc dạy học hiểu khái niệm. Trong bước 5, GV phát biểu và củng cố khái niệm mới cho HS. Đây là bước rất cần thiết, GV có trách nhiệm kết luận chính xác khái niệm cần truyền đạt dựa trên những gì các em khám phá sau bước GQVĐ và khám phá khái niệm. Đồng thời, bước này là bước vận dụng mức độ hiểu khái niệm để giải quyết vấn đề thực tế mới liên quan, qua đó củng cố và khắc sâu mức độ hiểu khái niệm cho HS.

Tiếp cận dạy học giải quyết vấn đề cho HS được chúng tôi cải tiến một số bước trong tiếp cận dạy học gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học hiểu khái niệm được đề xuất trên đây, xác định ngoài bước đầu tiên (chuẩn bị, giới thiệu vấn đề thực tế) và bước cuối cùng (kết luận, thực hành), các bước còn lại của tiếp cận dạy học được thiết kế dựa vào quá trình GQVĐ của PISA 2021, nhằm nâng cao các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ được đề xuất ở mục 2.3.1.

Ở bước 1, việc GV xác định các kiến thức toán học cần thiết khi đưa ra các vấn đề thực tế khởi đầu là hết sức cần thiết, vì như thế sẽ đảm bảo rằng kiến thức (khái niệm/quy trình) được sử dụng để giải quyết các vấn đề thực tế đưa ra là phù hợp với những gì các em đã được học trước đó. Bước 2, bước 3 và bước 4 tương ứng với ba bước giải quyết vấn đề của quá trình GQVĐ của khung PISA 2021, được thiết kế nhằm hình thành, rèn luyện và nâng cao ba năng lực thành tố của năng lực GQVĐ của HS. Trong các bước này, HS cùng làm việc nhóm để thảo luận, chia sẻ ý tưởng, toán học hóa vấn đề thực tế, xác định mô hình toán, lựa chọn và vận dụng các KTKN và KTQT thích hợp để GQVĐ. Sau khi các nhóm tìm được lời giải cho vấn đề, một số HS sẽ đại diện nhóm trình bày, GV tổ chức cho HS nhận xét và đánh giá kết quả thu được. Qua ba bước này, HS được rèn luyện, phát triển các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ về nội dung phương trình. Mục đích chính của bước 5 nhằm giúp các em HS khám phá quy trình GQVĐ của khung PISA 2021, được GV xác nhận chính xác quy trình này, qua đó được rèn luyện các bước GQVĐ thông qua các vấn đề thực tế mới được GV đưa ra.

Kết quả nghiên cứu từ thực nghiệm dạy học cho thấy việc áp dụng các tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước được đề xuất trong dạy học hiểu khái niệm và giải quyết vấn đề về nội dung phương trình mang lại hiệu quả tốt, thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

5.1.3. Hiệu quả của tiếp cận dạy học theo bối cảnh trong dạy học hiểu khái niệm phương trình của học sinh

Mức độ hiểu khái niệm phương trình của HS sau thực nghiệm dạy học được xác định bằng các tiêu chí cụ thể ở Bảng 4.13. Kết quả cho thấy HS hiểu và vận dụng tốt các khái niệm liên quan đến phương trình được GV trang bị. So sánh kết quả của HS giữa bài kiểm tra pretest và bài kiểm tra posttest (Hình 4.1, Bảng 4.16), so sánh thể hiện của HS trong quá trình khảo sát ở giai đoạn 2 với kết quả bài làm của HS qua bài kiểm tra đầu ra (posttest) (Bảng 4.17), dẫn đến kết luận rằng việc áp dụng tiếp cận dạy học hiểu khái niệm gồm ba giai đoạn và năm bước mang đến hiệu quả tốt, thúc đẩy thực sự KTKN về nội dung phương trình của HS.

Kết quả phỏng vấn HS sau thực nghiệm dạy học cho thấy HS thường gặp nhiều khó khăn trong việc hiểu ý nghĩa của khái niệm để lựa chọn ứng dụng phù hợp trong GQVĐ. HS rất thích các tiết học sử dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh, thích các vấn đề thực tế với nội dung gần gũi, thích được làm việc nhóm, với sự kích thích sáng tạo và nhiều hứng thú. Hơn nữa, qua quá trình giải quyết các vấn đề thực tế, HS hiểu hơn về khái niệm, được rèn luyện quy trình liên quan đến khái niệm, ứng dụng ngược lại để hiểu biết sâu hơn về khái niệm, giúp HS giải quyết vấn đề tốt hơn. HS được phỏng vấn đề nghị rằng GV nên tăng số lượng bài toán vận dụng khái niệm trong các giờ học trên lớp để các em có điều kiện rèn luyện khả năng GQVĐ liên quan đến khái niệm.

Dạy học hiểu khái niệm là một việc khó, muốn thúc đẩy KTKN cho HS, GV cần phải có thêm thời gian và cần có các tiếp cận dạy học thích hợp, kích thích tính tò mò, khám phá kiến thức mới của HS. Hơn nữa, muốn khắc sâu KTKN về một nội dung kiến thức cụ thể, GV cần giao thêm các nhiệm vụ liên quan đến kiến thức đó để HS có cơ hội được rèn luyện, dần hình thành ý thức coi trọng việc hiểu cẩn thận khái niệm trước khi áp dụng trong giải quyết vấn đề. Khái niệm sẽ được hiểu sâu và vận dụng tốt khi gắn nó với việc giải quyết một vấn đề cụ thể.

5.1.4. Hiệu quả của tiếp cận dạy học theo bối cảnh trong dạy học giải quyết vấn đề về nội dung phương trình của học sinh

Dựa trên kết quả phân tích và đánh giá mức độ hiểu cách GQVĐ của HS trong tiết dạy học chủ đề “Giải quyết vấn đề liên quan đến phương trình bậc nhất và bậc hai” chúng tôi kết luận được rằng HS đạt được mức độ hiểu cách GQVĐ là tốt, HS hiểu được ba bước GQVĐ của PISA do

GV giới thiệu và vận dụng tốt khi giải quyết vấn đề thực tế mới. Ngoài ra, so sánh kết quả giữa bài kiểm tra pretest và bài kiểm tra posttest, so sánh thể hiện của HS trong quá trình khảo sát ở giai đoạn 2 với kết quả bài làm của HS qua bài kiểm tra đầu ra (posttest) cho thấy năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS được nâng cao rõ rệt sau thực nghiệm dạy học. Việc phân tích bài làm và so sánh các câu hỏi cùng kiểu kiến thức PCK với nội dung tương đương ở hai bài kiểm tra trước và sau cũng được thực hiện. Kết quả thể hiện của HS ở mỗi câu hỏi cùng loại kiến thức PCK có cải thiện hơn, đặc biệt đối với những bài tập có nội dung thực tế, phần lớn các em xác định được đối tượng để đặt ẩn số, tuy nhiên, các em vẫn gặp khó khăn và còn sai sót khi liên hệ kiến thức bối cảnh với các quan hệ toán học để có thể chuyển thể vấn đề thực tế về mô hình toán học. Điều này chứng tỏ năng lực GQVĐ thực tế của học HS vẫn còn hạn chế, mặc dù có cải thiện qua 13 tiết thực nghiệm dạy học. GV cần tạo cơ hội để các em được luyện tập và trau dồi các vấn đề thực tế thường xuyên hơn.

Kết quả phỏng vấn các HS sau thực nghiệm dạy học cho thấy ban đầu HS gặp một số khó khăn khi GQVĐ bối cảnh: Hiểu ngôn ngữ văn bản của vấn đề thực tế; lựa chọn kiến thức thích hợp để áp dụng GQVĐ; mô hình hóa toán học vấn đề thực tế; giải thích kết quả toán học nhận được, tính đúng/sai, hay/chưa hay của kết quả toán học nhận được. Sau thực nghiệm, đa số HS cho rằng đã hình dung rõ hơn quá trình GQVĐ, có kinh nghiệm hơn trong việc lựa chọn khái niệm và quy trình liên quan đến kiến thức toán học được sử dụng, và có kinh nghiệm hơn trong nhận định tính đúng/sai, hay/chưa hay của lời giải vấn đề toán học, và có thể chuyển ngược được lời giải vấn đề toán học thành câu trả lời cho vấn đề thực tế ban đầu. Các em được phỏng vấn đều nhận thấy tầm quan trọng của việc hiểu khái niệm, bởi vì hiểu ý nghĩa của khái niệm sẽ giúp các em xác định được nên dùng kiến thức nào để giải quyết vấn đề được cho. Hơn nữa, HS cũng nhận thấy cần thiết phải thành thạo quy trình về kiến thức được sử dụng trong quá trình giải quyết vấn đề toán học. Từ đó, HS thấy rằng cần phải kết hợp linh hoạt cả khái niệm và quy trình liên quan đến kiến thức được sử dụng trong quá trình GQVĐ mới đưa đến hiệu quả cao trong giải quyết vấn đề thực tế.

Tuy năng lực GQVĐ của HS đã được nâng lên sau thực nghiệm dạy học, nhưng cũng phải xác định việc hình thành và phát triển năng lực GQVĐ cho HS là một quá trình lâu dài, đòi hỏi GV phải thường xuyên

lồng ghép các vấn đề thực tế vào chương trình dạy học, thường xuyên tạo cơ hội cho HS thực hành, rèn luyện việc GQVĐ, lâu dần mới hình thành được tư duy và kỹ năng GQVĐ, góp phần nâng cao năng lực GQVĐ của HS.

5.2. Tóm tắt kết quả nghiên cứu của luận án

Trên cơ sở kế thừa và phát triển các kết quả nghiên cứu trong và ngoài nước về KTKN, KTQT và KTBC cùng với mối quan hệ giữa chúng, một mặt nghiên cứu này đóng góp một phần lý luận về sự kết hợp của KTKN, KTQT và KTBC về nội dung phương trình trong GQVĐ, mặt khác nghiên cứu này còn đóng góp một phân loại kiến thức được thiết kế dựa vào các khía cạnh quy trình và khái niệm của kiến thức để làm công cụ thiết kế các đề kiểm tra/bảng hỏi/phiếu khảo sát đánh giá KTQT, KTKN và năng lực GQVĐ của HS. Nghiên cứu còn đóng góp các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ của HS. Đồng thời, nghiên cứu cung cấp cơ sở lý luận về một số tiếp cận dạy học theo bối cảnh nhằm nâng cao KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS. Cụ thể, Luận án đã đạt được các kết quả chính sau đây:

(1) Đề xuất một phân loại kiến thức dựa vào các khía cạnh khái niệm và quy trình của kiến thức (được gọi là phân loại kiến thức PCK), gồm 5 kiểu kiến thức: PK1, PK2, CK1, CK2 và PCK, được sử dụng làm công cụ để thiết kế các phiếu khảo sát, bảng hỏi khảo sát, đề kiểm tra, ... nhằm thu thập dữ liệu phục vụ cho các nghiên cứu trong luận án.

(2) Khảo sát khả năng sử dụng KTKN, KTQT, khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC về nội dung phương trình trong GQVĐ của HS.

(3) Đề xuất các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ về nội dung phương trình dựa trên Khung PISA 2021; khảo sát năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

(4) Đề xuất một tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học hiểu khái niệm và dạy học giải quyết vấn đề về nội dung phương trình.

(5) Áp dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước được đề xuất trong thực nghiệm dạy học hiểu khái niệm nhằm thúc đẩy KTKN về nội dung phương trình của HS.

(6) Áp dụng tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước được đề xuất trong thực nghiệm dạy học giải quyết vấn đề nhằm thúc đẩy năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

5.3. Đóng góp của nghiên cứu

Những kết quả đạt được của luận án có những đóng góp nhất định về mặt lý luận và về mặt thực tiễn cho Giáo dục toán, đặc biệt đáp ứng được xu thế dạy học phát triển năng lực của HS đang được triển khai hiện nay ở Việt Nam và trên thế giới. Cụ thể, luận án có những đóng góp sau:

Về lý luận: Trên cơ sở kế thừa và phát triển các kết quả nghiên cứu trong và ngoài nước về KTQT và KTKN cùng với mối quan hệ giữa chúng, một mặt nghiên cứu này đóng góp một phần lý luận về sự kết hợp của KTKN và KTQT với KTBC về nội dung phương trình trong GQVĐ của HS, mặt khác nghiên cứu này còn đóng góp một phân loại kiến thức được thiết kế dựa vào các khía cạnh khái niệm và quy trình của kiến thức để làm công cụ thiết kế các đề kiểm tra/bảng hỏi/phiếu khảo sát đánh giá KTKN, KTQT và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS. Nghiên cứu còn đóng góp các năng lực thành tố của năng lực GQVĐ của HS. Đồng thời, nghiên cứu cung cấp cơ sở lý luận về một số tiếp cận dạy học theo bối cảnh nhằm thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

Về thực tiễn: Nghiên cứu này cung cấp kết quả khảo sát thực trạng về khả năng sử dụng KTKN, KTQT, khả năng kết hợp KTKN và KTQT với KTBC, năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS khu vực Nam Trung Bộ và Tây Nguyên. Trên cơ sở đó, luận án đề xuất một số tiếp cận dạy học theo bối cảnh, áp dụng trong thực nghiệm dạy học hiểu khái niệm và giải quyết vấn đề, thúc đẩy KTKN và năng lực GQVĐ về nội dung phương trình của HS.

5.4. Kiến nghị

Để đạt được các mục tiêu của Chương trình GDPT môn Toán (2018), dựa trên kết quả của các nghiên cứu được thực hiện trong luận án, chúng tôi có một số kiến nghị sau:

(1) Đối với chương trình SGK môn Toán

- Bổ sung thêm các dạng bài tập kiểm tra KTKN trong mục “Câu hỏi và bài tập” và mục “Luyện tập” ở cuối mỗi bài học hoặc cuối mỗi chương trong SGK.

- Bổ sung thêm các vấn đề thực tế khi đặt vấn đề cho các kiến thức toán học cần dạy, đồng thời, bổ sung thêm vấn đề thực tế trong hoạt động luyện tập ở cuối mỗi bài học hoặc cuối mỗi chương trong SGK.

Việc đặt vấn đề thực tế để dẫn dắt sự xuất hiện của khái niệm tạo cho HS cảm giác hứng thú, thu hút sự chú ý của các em. Hơn nữa, giúp HS thấy được khái niệm toán học có ứng dụng trong thực tế gần gũi với các em. Việc đưa vấn đề thực tế vào hoạt động luyện tập cuối mỗi bài học nhằm rèn luyện cho HS khả năng vận dụng khái niệm và quy trình liên quan đến khái niệm đã được học trong QGVĐ, nâng cao năng lực QGVĐ.

- Bổ sung thêm các câu hỏi luyện tập ở dạng kết thúc mở để HS thể hiện nhận thức của cá nhân và vận dụng sáng tạo kiến thức được học. Chú ý đến một số câu hỏi kết thúc mở yêu cầu HS đưa ra một vấn đề thực tế vận dụng kiến thức khái niệm vừa được học, chẳng hạn, liên quan đến kiến thức về PTB1, yêu cầu HS trả lời câu hỏi có dạng như: “*Em hãy đưa ra một vấn đề có nội dung liên quan đến tài chính có thể chuyển về giải phương trình $2x + 100 = 7x$.*”

- Bổ sung thêm các vấn đề thực tế mang tính tích hợp liên môn vào phần luyện tập cuối mỗi chương, giữa môn Toán và các môn học khác như Vật lí, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Tin học, Công nghệ, Lịch sử, Nghệ thuật,..., tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn, tạo điều kiện cho HS rèn luyện và nâng cao năng lực QGVĐ, góp phần đạt được mục tiêu của chương trình GDPT môn Toán.

(2) Đối với Giáo viên Toán

- GV nên tăng cường dạy học hiểu khái niệm cho HS, giúp HS hiểu ý nghĩa của khái niệm sẽ giúp các em chủ động vận dụng trong giải quyết vấn đề. Tăng cường các hoạt động luyện tập, thực hành hiểu khái niệm cho HS qua hệ thống câu hỏi trên lớp và bài tập về nhà.

- GV nên sử dụng các tiếp cận dạy học theo bối cảnh để dạy học hiểu khái niệm cho HS, áp dụng nhiều kỹ thuật dạy học tích cực trong tổ chức dạy học, nhằm mang lại hiệu quả dạy học tốt nhất.

- GV nên tăng cường dạy học và rèn luyện cho HS kết hợp KTKN và KTQT với KTBC để giải quyết vấn đề toán học và giải quyết các vấn đề thực tế. Các hoạt động rèn luyện của GV cho HS thường xuyên được lồng ghép trong hoạt động dạy lý thuyết, trong giờ bài tập, thực hành, trong các hoạt động ngoại khóa.

- GV nên tăng cường các hoạt động hình thành và phát triển năng lực QCVĐ của HS, gồm cả vấn đề toán học lẫn vấn đề thực tế, trong lớp học và các hoạt động ngoại khóa. Các hoạt động này bao gồm: Lựa chọn tiếp cận dạy học mang tính kiến tạo nhằm nâng cao năng lực QCVĐ của HS; áp dụng các kỹ thuật dạy học tích cực trong dạy học QCVĐ; đa dạng hóa trong thiết kế các đề kiểm tra, đánh giá năng lực QCVĐ của HS.

Tiếp cận dạy học theo bối cảnh gồm ba giai đoạn và năm bước dạy học giải quyết vấn đề được tác giả đưa ra trong luận án là một phương án mà GV ở phổ thông có thể sử dụng. Bên cạnh đó, cách thiết kế đề kiểm tra đáp ứng năm kiểu kiến thức của phân loại kiến thức PCK, kết hợp với các câu hỏi kết thúc mở, giúp GV có một sự lựa chọn trong thiết kế các đề kiểm tra đánh giá năng lực QCVĐ của HS.

- GV nên chủ động hơn nữa trong việc tổ chức dạy học theo chuyên đề/chủ đề, chủ động lựa chọn kiến thức và cách thức tổ chức hoạt động dạy học, chỉ cần đáp ứng được mục tiêu của bài học/chương. Sự chủ động sẽ giúp GV có điều kiện về mặt thời gian để thực hiện các tiếp cận dạy học mang tính kiến tạo và áp dụng được các kỹ thuật dạy học tích cực trong dạy học chuyên đề/chủ đề.

(3) Đối với các nhà quản lý giáo dục

- Kiểm tra, giám sát việc biên soạn các bộ SGK môn Toán các cấp học theo đúng các mục tiêu của chương trình GDPT môn Toán (2018); đúng các yêu cầu cần đạt; các nội dung giáo dục, trong đó có cách thức tổ chức các hoạt động trải nghiệm và hệ thống chuyên đề; phương pháp giáo dục, và phương pháp đánh giá kết quả giáo dục.

Các nhà quản lý giáo dục quan tâm hơn đến các nội dung đề xuất trong mục (1) để bổ sung vào chương trình SGK biên soạn theo Chương trình GDPT môn Toán (2018).

- Trong các khóa tập huấn thực hiện chương trình GDPT môn Toán dành cho GV Toán, các nhà quản lý giáo dục cần quan tâm hơn đến việc tập huấn đổi mới phương pháp dạy học, đặc biệt là các tiếp cận dạy học mang tính kiến tạo, tiếp cận dạy học theo bối cảnh; quan tâm hơn đến tập huấn đổi mới công tác kiểm tra, đánh giá HS với mục đích nâng cao năng lực toán học của HS.

- Giao cho GV nhiều quyền tự chủ hơn trong việc tổ chức hoạt động dạy học, khuyến khích GV dạy học theo chủ đề/chuyên đề, khuyến khích các hoạt động sáng tạo của GV trong dạy học phát triển năng lực của HS, đặc biệt quan tâm đến dạy học thúc đẩy kiến thức khái niệm, năng lực thành thạo quy trình, và năng lực GQVĐ toán học của HS.

5.3. Giới hạn và hướng mở rộng của đề tài

Phương trình là một nội dung quan trọng trong chương trình toán phổ thông, gắn với HS từ bậc tiểu học đến bậc THPT. Khái niệm phương trình, tập xác định và nghiệm của phương trình, các phương trình tương đương, phương trình hệ quả,... là các khái niệm thường gây khó khăn cho HS trong giải toán và giải quyết vấn đề liên quan.

Khung lý thuyết và thực nghiệm của luận án được giới hạn thực hiện trên kiến thức là phương trình, gồm PTB1, PTB2, phương trình quy về PTB1 và PTB2.

Hơn nữa, đối tượng nghiên cứu và đối tượng thực nghiệm của luận án cũng được giới hạn trên HS lớp 10 tại các trường THPT trên địa bàn các tỉnh Nam Trung Bộ và Tây Nguyên. Có hai nguyên nhân chính để chúng tôi tập trung nghiên cứu trên đối tượng HS lớp 10. Thứ nhất, khái niệm phương trình được diễn đạt theo ngôn ngữ của hàm số và mệnh đề chứa biến được đưa vào trong chương trình Đại số 10 (nâng cao). Thứ hai, Việt Nam rất quan tâm và đầu tư cho Chương trình đánh giá HS quốc tế (PISA), với đối tượng HS tham gia khảo sát và đánh giá từ 15 tuổi 3 tháng đến 16 tuổi 2 tháng, là những HS ở cuối năm lớp 9 và đầu năm lớp 10 trong chương trình phổ thông. PISA đề cao năng lực toán học, trong đó có năng lực giải quyết vấn đề của HS, rất phù hợp với mục tiêu của Chương trình GDPT môn Toán (2018). Do đó, HS lớp 10 là đối tượng chúng tôi quan tâm tập trung nghiên cứu.

Mặt khác, do luận án tập trung nghiên cứu các khía cạnh quy trình và khái niệm của kiến thức, cũng như khả năng của HS trong kết hợp hai loại kiến thức để GQVĐ, nên trong số các năng lực thành tố cốt lõi của năng lực toán học được đưa ra bởi Hội đồng Nghiên cứu Hoa Kỳ (NRC, 2001) và Chương trình GDPT môn Toán (2018), chúng tôi chỉ giới hạn nghiên cứu các năng lực hiểu khái niệm, thành thạo quy trình và giải quyết vấn đề.

Một số hướng mở rộng đề tài nghiên cứu của luận án.

(1) Mở rộng khung lý thuyết và thực nghiệm dạy học của luận án cho các loại kiến thức khác với phương trình, chẳng hạn như bất phương trình/hệ bất phương trình, giới hạn, đạo hàm, Tương ứng với kiến thức được mở rộng nghiên cứu, chúng tôi cũng sẽ mở rộng đối tượng tham gia nghiên cứu sang HS các cấp học cao hơn, hoặc là sinh viên tại các trường đại học, cao đẳng.

(2) Thực hiện khảo sát các nhân tố ảnh hưởng đến các năng lực toán học của HS, như năng lực hiểu khái niệm, năng lực thành thạo quy trình, năng lực GQVĐ, năng lực mô hình hóa toán học,... trên cơ sở đó đề xuất các tiếp cận dạy học nhằm nâng cao các năng lực thành tố này của năng lực toán học của HS.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Hồ Thị Minh Phương (2017). Kiến thức quy trình và kiến thức khái niệm về hàm số bậc nhất hướng tới áp dụng giải quyết các vấn đề thực tế trong chương trình trung học cơ sở. *Tạp chí Khoa học và Giáo dục - Trường Đại học Sư phạm Huế*, 1 (41), 5-13.
2. Ho, T.M.P. (2019). A study on difficulties of grade 10 students in integrating procedural and conceptual knowledge on quadratic equations to solve realistic problems. *Vietnam Journal of Education*, 5, 139-145.
3. Ho, T.M.P. (2019). On the Procedural-Conceptual Based Taxonomy and Its Adaptation to the Multi-Dimensional Approach SPUR to Assess Students' Understanding Mathematics. *American Journal of Educational Research*, 7 (3), 212-218.
4. Ho, T.M.P. (2020). Measuring Conceptual Understanding, Procedural Fluency and Integrating Procedural and Conceptual Knowledge in Mathematical Problem-Solving. *International Journal of Scientific Research and Management*, 8 (5), 1334-1350.
5. Hồ Thị Minh Phương (2021). Đo năng lực giải quyết vấn đề về phương trình bậc nhất của học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học – Đại học Huế*, 130 (6B). DOI: <https://doi.org/10.26459/hueunijss.v130i6B.6154>
6. Hồ Thị Minh Phương (2021). Kết hợp phương án REACT với các giai đoạn dạy học theo bối cảnh để nâng cao mức độ hiểu khái niệm phương trình của học sinh lớp 10. *Tạp chí Khoa học – Trường Đại học Sư phạm Huế*, 2 (58), 63-75.
7. Hồ Thị Minh Phương (2021). Dạy học theo bối cảnh chủ đề “phương trình bậc nhất và phương trình bậc hai” (Đại số 10) nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh. *Tạp chí giáo dục*, số đặc biệt 9/2021, 47-51.
8. Ho, T.M.P. (2020). The Procedural-Conceptual Based Taxonomy and its Applications to Design and Analyze Tasks for Assessing Students' Mathematical Understanding. *Proceedings of the 1st International Conference on Innovation in Learning Instructions and Teacher Education – ILITE 1*, Hanoi National University of Education, 14th -15th December, 2019, 427-439.
9. Hồ Thị Minh Phương (2022). *Sử dụng vấn đề bối cảnh trong dạy học nhằm nâng cao năng lực giải quyết vấn đề về phương trình của học sinh lớp 10*. Hội thảo Quốc tế về Giáo dục toán học, Viện Khoa học giáo dục Việt Nam, Hà Nội, 14-15/10/2021.

CÁC ĐỀ TÀI, DỰ ÁN ĐÃ THAM GIA

1. Hồ Thị Minh Phương (Chủ nhiệm đề tài, 2018). Kết hợp kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình về phương trình bậc hai trong chương trình đại số 10 vào giải quyết các vấn đề có nội dung thực tế. *Đề tài cấp Trường, Trường Đại học Quy Nhơn*, mã số T2018.555.04, thực hiện từ 01/2018 đến 12/2018.

**HUE UNIVERSITY
UNIVERSITY OF EDUCATION**

HO THI MINH PHUONG

**ON THE COMBINATION OF PROCEDURAL
KNOWLEDGE AND CONCEPTUAL KNOWLEDGE OF
EQUATIONS IN SOLVING REALISTIC PROBLEMS**

**PHD THESIS SUMMARY
REASONING AND TEACHING METHOD OF
MATHEMATICS**

Code: 9140111

**Advisors: 1. Assoc. Prof. Dr. Tran Vui
2. Dr. Nguyen Thi Tan An**

HUE, 2022

The work has been completed at: University of Education, Hue University

Advisors: 1. Assoc. Prof. Dr. Tran Vui
2. Dr. Nguyen Thi Tan An

Reviewer 1

.....
.....
.....

Reviewer 2

.....
.....
.....

Reviewer 3

.....
.....
.....

The thesis shall be defended at the Hue University level Thesis Assessment Council at

At Day..... Month..... Year.....

The thesis can be found at:

1. National Library of Vietnam
2. Library of University of Education, Hue University

PREFACE

Mathematics is a branch of science that has many applications in life. Basic knowledge and skills of mathematics have helped people to systematically and accurately solve real-life problems, contributing to promoting social development (MOET, 2018) .

According to Rittle-Johnson and Koedinger (2005) "Well-structured, organized knowledge allows people to solve novel problems and to remember more information than do memorized facts or procedures". To have such a good structure requires students to combine conceptual knowledge (KTKN) and procedural knowledge (KTQT) with contextual knowledge (KTBC) on a specific content knowledge.

Starting from the book of J. Hiebert (1986), conceptual knowledge and procedural knowledge are widely used in teaching and learning mathematics. Conceptual knowledge and procedural knowledge represent essential components of the mathematical competence (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Star, 2005; Baroody, Feil, & Johnson, 2007; Schneider & Stern, 2010; Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011; Star & Stylianides, 2013; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Students learn effectively when they themselves can relate and connect learned concepts and procedures with real-life situations (Danquah, 2017).

According to Van de Walle (2019), "Procedural: task- oriented knowledge which may or may not connected to conceptual knowledge". Moreover, "To the extend that procedural knowledge is intimately connected with conceptual knowledge, procedures and symbolism become powerful tools in the construction of new knowledge."

However, now in Vietnam, there are very few studies on the procedural and conceptual aspects of knowledge, as well as research on the integration of the contextual knowledge with the conceptual and procedural knowledge in problem-solving (Tran Vui, 2018). Therefore, studying and investigating students' ability in applying conceptual and procedural knowledge, to combine contextual knowledge to conceptual and procedural knowledge to solve problems related to a specific mathematical knowledge is necessary and meaningful.

In the current trend of math education, besides STEM education, *Realistic Mathematics Education (RME)* is attracted by many authors all

over the world and in Vietnam. The purpose of RME is to change and innovate math teaching methods around the world. The basic principles of RME are "Mathematics is closely related to reality, and mathematics is the result of human activity" (Freudenthal, 1973, 1991). Therefore, learning mathematics is not only about listening, understanding and receiving available knowledge transferred one way from teachers, but learning mathematics is the process of transferring realistic problems, solving realistic problems to construct concepts, procedures, algorithms under the guidance and suggestion of teachers. The way to build realistic mathematical knowledge is considered as an interesting argument in RME, in Vietnam and other countries around the world.

In order to promote students' mathematical understanding and let students recognize the connection between mathematics and reality, in RME, real contexts are often used. Because of that, students discover concepts and knowledge by the request of teachers in their own way. According to Javier Diez-Palomar (2006), mathematics is often difficult to connect with the daily life of students. Therefore, a situation related to reality, a problem with realistic content will generate learning motivation and mathematics interesting for students.

A person solving a realistic problem faces an important task of verifying and confirming consistency of the realistic solution with the situation model which in fact represents his/her understanding of a given real problem situation. Many students with intuitive verification of consistency but unable to explain why they adopted a certain solution or why they rejected it. They have relied on their feelings and experience (Cotič & Felda, 2011).

In Vietnam, one of the common goals of the school mathematical education curriculum (2018) is to "develop problem-solving ability with interdisciplinary integration between mathematics and other subjects", "create opportunities for students to learn experience, applying mathematics in practice...". Therefore, investigating and proposing solutions to promote students' ability in combining contextual knowledge with conceptual and procedural knowledge is one of the important contents, consistent with the viewpoints of RME and contribute to achieving the goals of the school mathematical education curriculum (2018).

Equations are important topics in the high school mathematics curriculum. Knowledge and skills of equations are presented throughout

elementary schools through universities. Knowledge of equations is the key to solving many problems within mathematics, interdisciplinary science and applied to daily life. Therefore, when writing the introduction for the translation of the book “the 17 equations that changed the world” by author Ian Stewart (2012) (translated by Pham Van Thieu - Nguyen Gia Khanh, 2015), Prof. Ngo Bao Chau believed that “...*the beauty of mathematics lies in the equations.*” In his book, Stewart observes: “*Equations are the lifeblood of mathematics, science, and technology. Without them, our world would not exist in its present form.*”

In the questions of the Programme for International Student Assessment (PISA) (OECD, 2003, 2012, 2018), linear and quadratic equations/functions are mathematical knowledge used to test students’ algebra skills, which are included in the questions in the form of realistic problems. Although equations are an important topic in algebra curricula at high schools around the world, it seems that researchs related to teaching and learning equations is quite scarce in algebra education research (Vaiyavutjamai & Clements, 2006; Kieran, 2007). When solving problems involving equations, students often memorize formulas, procedures, and algorithms without paying attention to their structure and conceptual meaning (Sönnerhed, 2009).

Therefore, in the thesis, we focus on studying conceptual and procedural knowledge of equations, concentrating on grade 10 Algebra curriculum (basic and advanced).

The objective of the thesis is to investigate students’ conceptual and procedural knowledge, and their ability to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge to solve realistic problems on equations; investigate students’ problem-solving competence of equations. Based on these investigations, we design teaching approaches to promote students’ conceptual knowledge and problem-solving competence of equations.

To achieve this objective, in the thesis, we use the mixed research method, combining quantitative and qualitative research methods (Creswell, 2012) to design research, collect and analyze data. We propose a knowledge classification based on the procedural and conceptual aspects of knowledge, which we call the *PCK knowledge classification*, to design tests and questionnaires on conceptual and procedural knowledge, as well as their ability to combine conceptual and procedural knowledge with

contextual knowledge to solve problems on equations. We propose components of students' problem-solving competence based on the problem-solving process of the PISA theoretical framework 2021 (OECD, 2018), and design scales including criteria to measure these components of problem-solving competence. We propose teaching approaches including stages and steps of contextual teaching to design experimental lessons for grade 10 students in the South Central region and the Central Highlands to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence on equations.

In addition to the introduction, conclusion and references, the main content of the thesis is organized into five chapters.

In Chapter 1, we give an overview of researches on types of knowledge that supports solving mathematical problems, including procedural knowledge, conceptual knowledge and contextual knowledge; at the same time, we analyze the difficulties of students when combining conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations in solving realistic problems, which allow us to determine the research objectives and research questions.

In Chapter 2, we propose a theoretical framework for the thesis, in which we analyze the knowledge of equations in the Algebra 10 textbook (basic and advanced), statistics on the percentage of exercises assess conceptual knowledge, procedural knowledge, and the combination of conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge in lectures on equations, based on which, we propose conceptual and procedural knowledge for the knowledge of equations. We propose a knowledge classification based on the procedural and conceptual aspects of knowledge, which we call the *PCK knowledge classification*, to assess students' mathematical understanding and the ability to combine contextual knowledge to conceptual and procedural knowledge on equations in problem-solving. Based on the PISA theoretical framework 2021, we propose the components of the problem-solving competence, as well as the criteria to assess these components. We also introduce contextual teaching approaches and propose contextual teaching approaches to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence of equations.

In Chapter 3, we present the research methods to answer the research questions posed in the thesis, in which we analyze the research design, participants, research tools, experimental design and data analysis methods.

In Chapter 4, we present the research results of the thesis, answering the research questions raised in the thesis, including: (1) Investigating students' ability to use conceptual and procedural knowledge, and the combination of three types of knowledge of equations in problem-solving; (2) Proposing a contextual teaching approach in order to apply in teaching concepts and problem-solving on knowledge of equations for students; (3) Evaluating the effectiveness of the suggested contextual teaching approach in teaching concepts of equations for students; (4) Evaluating the effectiveness of the suggested contextual teaching approach in teaching problem-solving on equations for students.

Finally, in Chapter 5, we conclude the research results obtained in the thesis, answering the research questions raised in the thesis. From that, we propose some suggestions, limitations and some future works of the topic.

Chapter 1. RESEARCH PROBLEMS

1.1. Three types of knowledge supporting problem-solving process

1.1.1. Conceptual knowledge

1.1.2. Procedural knowledge

1.1.3. Relationship between conceptual and procedural knowledge

1.1.4. Quality and type of knowledge

1.1.5. Contextual knowledge

1.1.6. Connection of three types of knowledge in realistic problem-solving process

1.2. Mathematical competence

1.2.1. Mathematical competence and the role of three types of knowledge in the formation of students' mathematical competence

1.2.2. Some researchs related to mathematical competence and its relation to three types of knowledge

1.3. The reality of using three types of knowledge to solve realistic problems related to equations

1.3.1. The role of knowledge of equations and the reality of assessing three types of knowledge of equations in Algebra 10 curriculum

1.3.2. Students' difficulties in using three types of knowledge to solve realistic problems related to knowledge of equations

1.4. Research problems

1.5. Objectives and research questions

The main objective of the thesis is to investigate conceptual and procedural knowledge and students' ability to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations to solve realistic problems; to investigate students' problem-solving competence of equations; based on that, studying to design teaching approaches to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence on equations.

Research questions:

- **Question 1.** How is the conceptual and procedural knowledge of equations and how is students' ability to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations?

- **Question 2.** How to apply contextual teaching approaches to promote students' conceptual, procedural knowledge and problem-solving competence of equations?

- **Question 3.** How is the change of students' conceptual knowledge when participating in a class using contextual teaching approaches in teaching concepts of equations?

- **Question 4.** How is the change of students' problem-solving competence when participating in a class using contextual teaching approaches in teaching problem-solving on equations?

Chapter 2. THEORETICAL FRAMEWORK

2.1. Conceptual and procedural knowledge of equations

2.1.1. The knowledge of equations in Algebra 10 textbook (basic)

2.1.2. The knowledge of equations in Algebra 10 textbook (advanced)

2.1.3. Conceptual knowledge of equations

2.1.3.1. Conceptual knowledge of equations in one/two variables

2.1.3.2. Conceptual knowledge of linear equations in one/two variables

2.1.3.3. Conceptual knowledge of quadratic equations in one variable

2.1.4. Procedural knowledge of equations

2.1.4.1. Procedural knowledge of equations in one/two variables

2.1.4.2. Procedural knowledge of linear equations in one/two variables

2.1.4.3. Procedural knowledge of quadratic equations in one variable

2.2. Classification of mathematics tasks based on conceptual and procedural knowledge

2.2.1. Knowledge types of the PCK knowledge classification

2.2.2. The PCK knowledge classification for one variable equations

2.2.3. The PCK knowledge classification for linear equations in one variable

2.2.4. The PCK knowledge classification for quadratic equations in one variable

2.3. Problem-solving competence and scales measure problem-solving competence

2.3.1. Problem-solving competence

2.3.2. Scales measure problem-solving competence

2.4. Teaching approaches promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence

2.4.1. Contextual teaching

2.4.2. Contextual teaching stages to promote students' conceptual knowledge

2.4.3. Combining the PISA's problem-solving process with contextual teaching stages to promote students' problem-solving competence

Chapter 3. RESEARCH METHODS

3.1. Research design

The research process in the thesis is designed into three stages to answer the research questions posed above.

Stage 1: Investigating the ability of grade 10 students in combining conceptual and procedural knowledge to solve problems related to the knowledge of equations in order to understand the reality and make initial judgments about this ability of grade 10 students. Survey 1 was conducted in the 15th week of the 1st semester of the 2017-2018 school year, at this time students had finished studying the chapter "Equations and systems of equations".

Stage 2: Investigating students' conceptual knowledge, procedural knowledge, and their (realistic) problem-solving competence on the knowledge of equations, which help to design experimental research. Survey 2 was conducted in the 14th week of the 1st semester of the school year 2018-2019. At this time, students also finished studying the chapter "Equations and systems of equations".

Stage 3: Implemented for nine consecutive weeks in the first semester of the school year 2019-2020, from October 19, 2020 to the end of December 21, 2020. After analyzing the survey results in the stage 1 and the stage 2, studying the theoretical basis, we built detailed lesson plans (13 hours) based on the contextual teaching approaches proposed in Chapter 2, in order to promote students' conceptual knowledge, the ability to combine conceptual knowledge and procedural knowledge, the problem-solving competence on knowledge of equations, conduct experimental teaching to evaluate the effectiveness of the proposed teaching approaches.

3.2. Participants

- A total of 154 grade 10 students in three high schools in Quy Nhon city, Binh Dinh province participated in the survey in **stage 1**.

- A total of 494 grade 10 students participated in the survey in **stage 2**. All grade 10 students participated in the survey are studying the advanced Algebra 10 textbook.

- A total of 257 students participated in the teaching experiment in **stage 3**.

- There are 06 mathematics teachers participating in the teaching experiment in **stage 3**, who come from Nguyen Dieu high school (Binh Dinh province), Kon Tum high school (Kon Tum province) and Phan Dinh Phung high school (Phu Yen province).

3.3. Research tools

- Survey questionnaire 1
- Survey questionnaire 2
- Pretest
- Questionnaire for understanding concepts of equations
- Posttest
- Interviewed questionnaire

3.4. Designing experimental teaching

In order to evaluate the feasibility and effectiveness of the three-stage, five-step teaching approach to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence of equations, we conduct teaching experiments on three topics, including 13 lessons with knowledge in chapter 3 of Algebra 10 curriculum.

3.5. Data analysis

- To assess the knowledge categories PK1, PK2, CK1, CK2 and PCK in survey questionnaires and tests, we use a 4-point scale.

- To assess students' problem-solving competence, we use the scale to measure components of the problem-solving competence proposed in chapter 2. The score of the problem-solving competence of each task is calculated by the arithmetic mean of the scores of each component and classified into 4 levels.

- For quantitative analysis of the collected data, we use the IBM SPSS Statistics 22 software.

- Moreover, we use qualitative method to analyze answers in survey questionnaires and tests to recognize mistakes and difficulties in knowledge categories PK1, PK2, CK1, CK2 and PCK as well as expressing the components of students' problem-solving competence of the knowledge of equations.

Chapter 4. RESEARCH RESULTS

4.1. Student's ability to use conceptual knowledge, procedural knowledge, and to combine three types of knowledge of equations in problem solving

To investigate students' ability to use conceptual knowledge, procedural knowledge and to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations in problem-solving, we designed a questionnaire consisting of 15 questions with 25 tasks, agreeing to cognitive categories of the PCK knowledge classification. The content of 15 questions in the questionnaire focuses on five areas of knowledge: (1) Solving equations, (2) Existing of roots of equations, (3) Reading graphs, (4) Relationship between graph representation and algebraic representation of equations, (5) Applying equations to solve realistic problems.

We used a designed questionnaire to investigate 494 grade 10 students at some high schools located in provinces: Binh Dinh, Phu Yen, Khanh Hoa, and Kon Tum. After collecting solutions of 494 students at the investigated high schools, we evaluated, synthesized and analyzed the collected data using the IBM SPSS Statistics 22 software.

Research results show that:

- The obtained ratio (%) of the average score over the highest possible score of the tasks assessing procedural knowledge is much higher than the obtained ratio of those assessing conceptual knowledge.

- In particular, the obtained ratio (%) of the average total score of the tasks assessing procedural knowledge is 64.87% over the highest possible total score, much higher than the average ratio of the total score of those assessing conceptual which is 47.58%. It means that students' procedural knowledge of linear equations is much higher than conceptual knowledge.

- The average total score of the tasks assessing the ability to combine three types of knowledge of equations in problem solving is very low, with the ratio (%) of the average total score over the highest possible total score is 29.59 %.

- In particular, the average score of tasks assessing realistic problem-solving ability is also very low, with the obtained average ratio (%) of the IPCK3 variable over the highest possible score is 29.06%.

4.2. Students' problem-solving competence on knowledge of equations

To investigate students' problem-solving competence on knowledge of equations, we used a questionnaire consisting of 04 questions with 09 tasks, selected among 15 questions designed to measure students' ability to use conceptual knowledge, procedural knowledge and the ability to combine three types of knowledge of equations in problem-solving as presented in the previous section (including Problem 12, Problem 13, Problem 14 and Problem 15). We use the scale to measure components of students' problem-solving competence proposed in chapter 2 to survey 494 grade 10 students at high schools in the provinces: Binh Dinh, Phu Yen, Khanh Hoa, Kon Tum, evaluate the achievement level of each student for each task.

Statistical results on students' scores show that:

- When solving each task, students had their difficulties in “mathematising” “real situations” to built a correct “mathematical model”, and in “interpreting” “mathematical solutions” to “realistic solutions” for realistic problems.

- Students who have exactly established the situation by mathematical methods often have few errors in applying procedural knowledge to solve the established problems. Moreover, students who could solve exactly

established problems by mathematical methods, students almost accurately interpret solutions back into the problem situations and accurately determine the rationality and meaning of solutions in the problem situations.

The findings show that students' problem-solving competence of equations is very weak.

4.3. Contextual teaching approaches to promote students's conceptual knowledge of equations

In this section, we present the research results on the application of a contextual teaching approach consisting of three stages and five steps proposed in Chapter 2 to teaching experiment on the topic "Fundamentals on equations" in the Advanced Algebra 10 curriculum to promote students' conceptual knowledge of equations.

The teaching experiment was conducted for 9 consecutive weeks from October 19, 2020 to December 21, 2020 for grade 10 students at Nguyen Dieu High School (Binh Dinh province), Kon Tum High School (Kon Tum province) and Phan Dinh Phung High School (Phu Yen province), with specific plans for each week described in detail in the thesis.

In the second week of the experimental teaching process, we used a pretest to investigate the understanding and available knowledge of equations of 257 grade 10 students at three high schools, with two classes in each high school.

At the end of the teaching experiment, in the 9th week, all 257 students participating in this study continued to do a posttest in order to assess students' progress in understanding the concept of equations after the experimental teaching process.

With the purpose to assess students's progress on conceptual knowledge of equations after the teaching experiment, the questions are designed to meet the cognitive levels CK1, CK2 and PCK of the PCK knowledge classification.

We compared the progress of students' conceptual knowledge of 257 students after the teaching experiment by comparing the percentage (%) achieved by students for each task through pretest and posttest. Besides, we also compare the ratio (%) of the average score of each knowledge category CK1, CK2 and PCK of the PCK knowledge classification. To further assess the effectiveness of the proposed three-stage and five-step teaching approach

for understanding the concepts, we also compared the percentage (%) achieved by the average score of each knowledge category CK1, CK2, PCK in the PCK knowledge classification when conducting a survey of conceptual knowledge in stage 2 of 247 students at three investigated schools in six high schools conducted the survey, with the ratio (%) achieving of the average score of each knowledge category CK1, CK2, PCK of 257 students at these six high schools in the posttest.

From the above analysis and comparison between the scores of 257 students for the pretest and the posttest, we see that students' ability to understand and apply the conceptual knowledge of equations in problem solving is improved after experimental teaching. Moreover, comparing the ratio (%) achieved of the average score of each knowledge category CK1, CK2 and PCK of 17 tasks in the survey questionnaire measuring conceptual knowledge, procedural knowledge, the ability to combine three types of knowledge in problem-solving, measuring problem-solving competence at the stage 2 and the ratio (%) of 11 tasks in the posttest shows that the achievement ratio of these categories increases after teachers influence the proposed contextual teaching approach to understand concepts.

After the teaching experiment, we conducted interviews with two students in each experimental high school to find out the students' feelings, way of thinking and activities when solving the contextual problems used in the teaching approach, students' difficulties during the process of participating in the teaching approach to understand the concept of equations.

4.4. Contextual teaching approaches to promote students's problem-solving competence of equations

In this section we present the research results on applying the contextual teaching approach consisting of three stages and five steps proposed in chapter 2 to the teaching experiment on the topic "Solving problems related to linear and quadratic equations" in the Advanced Algebra 10 curriculum to promote grade 10 students' problem-solving competence of equations.

To assess preliminarily students' problem-solving competence of equations, we collect to analyze students' scores for eight tasks Q12, Q21, Q32a, Q32b, Q13, Q23, Q33, Q34 in the pretest who are designed to meet the knowledge categories CK2 and PCK of the PCK knowledge classification, three of which are realistic problems.

At the end of the teaching experimental stage to promote students' conceptual understanding and problem-solving competence of equations, all 257 students participating in this research continued to do an output test (posttest, see Appendix 5). In order to assess students' progress of problem-solving competence of equations after the teaching experimental period, we collect to analyze students' scores for 8 tasks Q12, Q21, Q32a, Q32b, Q13, Q23, Q33, Q34 in the posttest, who are designed to meet the knowledge categories CK2 and PCK of the PCK knowledge classification, three of which 3 tasks are real problems.

Similar to the teaching method to promote students' conceptual knowledge, we compare progress of problem-solving of equations of 257 students after the teaching experiment by comparing the percentage (%) achieved by students for each task in the pretest and the posttest. In addition, we compare the ratio (%) of the average score of the knowledge categories CK2 and PCK in the PCK knowledge classification in two tests. At the same time, to further evaluate the effectiveness of the three-stage and five-step teaching approach to problem solving proposed in the thesis, we also compare the percentage (%) achieved by the average scores of the CK2 and PCK knowledge categories in the classification of PCK knowledge when conducting a survey of problem-solving competence in stage 2 of 247 students at three teaching experimental schools in the total of six high schools participated in the research, with the ratio (%) of the average score of the knowledge categories CK2 and PCK of 257 students at these 6 high schools in the posttest.

From the above analysis and comparison between the results of the scores of 257 students for the pretest and the posttest, we see that students' problem-solving competence of equations is significantly improved after the teaching experiment. Furthermore, comparing the rate (%) of the average scores of the knowledge categories CK2 and PCK of 13 tasks in the questionnaire assessing problem-solving competence at stage 2 and of 11 tasks in the posttest we found that the achievement ratio of these categories increased markedly after applying the proposed problem-solving contextual teaching approaches.

After the problem-solving teaching experiment we continue to interviewed students, as shown in section 4.3. We summarize the interview results of two students in each experimental high school, select and analyze the interview results of some questions in the interview form to understand students' feelings, way of thinking and activities when solving realistic problems used in the proposed contextual teaching approach.

Chapter 5. CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS

5.1. Conclusions

5.1.1. Students' ability to use and combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations in problem-solving

The survey results of 494 grade 10 students at six high schools in the South Central and Central Highlands provinces show that students' ability to use the conceptual knowledge of equations is not high, with the average total score of the observed variable CK (representing conceptual knowledge) is less than half of the maximum possible score (with a ratio of 47.58%). Students' procedural knowledge of equations is better expressed, with the average score of the observed variable PK (representing procedural knowledge) to the maximum possible score of 64.87%. Students' ability to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge on the knowledge of equations in problem-solving is very low, with the average total score is only 29.59% of the highest possible total score.

Based on the works of 494 students for 9 tasks selected out of 15 questions in the second survey form, we conclude, comparing three components of the problem-solving competence, that the first component has the highest average score, followed by the second component, and the lowest is the average score of the third component. Statistics on students' works show that students often had difficulties in setting up situations by mathematical methods, leading to failure to establish or wrongly set up problem situations by mathematical methods. As a result, students couldnot solve mathematics problems, and thus couldnot accurately translate solutions of the problem situation back into the real world. Students who had properly set up the situation by mathematical methods often make less mistakes in applying procedural knowledge to solve problems. At the same time, when solving problem situations by mathematical methods, students almost accurately interpret solutions or mathematical reasoning back into the problem context and accurately determine the rationality and meaning of the solutions in the problem context. Overall, the survey results show that students' problem-solving competence of equations is very weak.

These findings basically reflect the results of the institutional survey on the content of equations in the Algebra 10 textbook (basic and advanced) presented in section 2.1, where we also surveyed that the rate of exercises assessing students' conceptual knowledge of equations is low, in particular, the rate of exercises assessing the combination of conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge is very low, mainly exercises to assess procedural knowledge. It is a fact that the assessment method will have a great impact on the learning method of students, thereby indirectly affecting the amount of knowledge acquired by students. Once students are not assessed much about conceptual knowledge, nor are they assessed much about problem-solving skills, their ability to use conceptual knowledge will not be high, and in addition, the formation of students' problem-solving competence will have many obstacles. Therefore, in addition to changing the textbook's curriculum in the direction of enhancing the assessment of conceptual knowledge as well as assessing students' problem-solving competence, teachers also need to use active/constructive teaching approaches in teaching concepts and problem-solving, supporting to improve and enhance students' conceptual knowledge and problem-solving competence on the knowledge of equations.

5.1.2. Contextual teaching approaches to teach concepts and problem-solving on the knowledge of equations for students

There are many ways to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence, in which contextual teaching approaches can be used as active/constructive teaching methods.

Our contextual teaching approach consisting of three stages and five steps in teaching concepts is proposed based on many researches on perspectives, meanings, purposes and principles of contextual teaching of many mathematics educators, combined with three main activities in teaching concepts of Kim (2011), as well as with four activities of teaching mathematical concepts proposed by Thai et al. (2018), in which we seriously considered problems arised in the real-life contexts – realistic problems, creating initial interesting situations and prompting students to form concepts through the process of solving real-life problems and creating cooperative atmosphere in learning of students.

In the first step of the opening stage, the teacher will prepare the knowledge that needs to ask and test students, and the teacher prepares

some practical problems related to new concepts that need to be conveyed to introduce to students in order to create motivation, learning needs, posing problems leading to learning new concepts, or from solving realistic problems to explore new concepts. Moreover, teachers need to know and check what relevant knowledge students have learned, what they still remember, so that students can understand and solve given realistic problems based on existing knowledge. In step 2 of the core stage, dividing students into small groups right from this step will create opportunities for them to work together to understand the problem, discuss the knowledge mentioned in the problem, in order to prepare for solving the problem together in step 3. In step 3, students need to have skills in mathematizing real-life situations, selecting and applying conceptual knowledge about the content of known knowledge to bring real situations to mathematical problems, on that basis, students combine both conceptual knowledge and procedural knowledge on the content of knowledge to be used to solve the established mathematical model. Conceptual knowledge plays a decisive role in establishing mathematical models, but to solve mathematical problems, students need to apply both conceptual knowledge and procedural knowledge. In step 4, through the presentation of solutions of divided groups, along with the teacher's prompting questions, help students discuss to identify and discover new concepts. In this step, the teacher's prompting, provocative and leading questions play an important role in helping students discover new concept (which may not be completely accurate). This step is focused on discovering new concepts to be communicated, which is the main goal of teaching conceptual understanding. In step 5, the teacher states and reinforces the new concepts for students. This is a very necessary step, the teacher is responsible for correctly concluding the concept to be communicated based on what they discovered after solving the given problems and discover the underlying concepts. Moreover, this step is also the step to apply the conceptual understanding to solve new related realistic problems, thereby reinforcing and deepening the conceptual understanding for students.

The problem-solving teaching approach is designed based on improving the steps of the conceptual-understanding teaching approach consisting of three stages and five steps proposed above, in which,

excepting the first step (preparing, introducing the realistic problems) and the last step (conclusion, practice), the remaining steps of this teaching approach are designed based on the problem solving process of the PISA 2021 Framework in order to improve the components of the problem-solving competence proposed in section 2.3.1.

In step 1, it is essential for teachers to consider the mathematical knowledge needed when introduce realistic problems at the beginning of the lecture, as this will ensure that the (conceptual/procedural) knowledge which is used to solve the given realistic problems is consistent with what they have learned before. Step 2, step 3 and step 4 correspond to three problem-solving steps of the problem-solving process in the PISA 2021 framework, designed to form, train and improve three components of students' problem-solving competence. In these steps, students work together in groups to discuss, share ideas, mathematize realistic problems, identify mathematical models, consider and apply appropriate conceptual and procedural knowledge for problem-solving. After getting solutions to the given realistic problems, some students will represent for their groups to present solutions, the teacher organizes for students to comment and evaluate the results obtained. Through these three steps, students are trained and improved the components of the problem-solving competence on the knowledge of equations. The main purpose of step 5 is to help students discover the problem-solving process of the PISA 2021 framework, correctly confirm this process by the teacher, thereby training the problem-solving steps through new realistic problems given by the teacher.

5.1.3. Effectiveness of contextual teaching approach in teaching concepts of equations for students

Students' understanding level on the concepts of equations after the teaching experiment is determined by specific criteria given in Table 4.13. The results show that students understand and apply well the concepts related to equations provided by the teacher. Compare students' scores between the pretest and the posttest (Figure 4.1, Table 4.16), students' performance during the survey in phase 2 with the results obtained by the posttest (Table 4.17), we conclude that the application of the proposed conceptual understanding teaching approach consisting of three stages and five steps give us good results, promoting properly students' conceptual knowledge of equations.

The results of interview students after teaching experiments show that students often face many difficulties in understanding the meaning of concepts to have an appropriate applications in solving related problems. Students feel very high enthusiastic with the contextual teaching approach, interested to the contextual situations with closed content and to work in groups, with creative stimulation and lots of excitement. Furthermore, through the process of solving realistic problems, students gain a better understanding of concepts, are trained in procedures related to concepts, and can reversely apply deeper conceptual understanding to solve problems better. Interviewed students suggested that teachers should increase the number of problems which are used to applying concepts in order to deepen their understanding of concepts and that they have chance to practice problem-solving competence related to these concepts.

Teaching to understand concepts is a difficult task for teachers. In order to promote students' conceptual knowledge, teachers need to have more time and appropriate teaching approaches, stimulate students' curiosity and discover new knowledge. Moreover, in order to deepen conceptual knowledge on a specific content, teachers need to assign more tasks related to that knowledge so that students have the opportunity to be trained, gradually forming a sense of respect for carefully understanding concepts before applying in problem-solving. Concepts are well understood and applied when they are inserted into a particular problem for solving.

5.1.4. Effectiveness of contextual teaching approach in teaching problem-solving on the knowledge of equations for students

Based on the results of analysing and evaluating students' understanding of problem-solving in the lesson "Solving problems related to linear and quadratic equations", we conclude that students achieve a high level of understanding problem-solving. Students understand three steps of the PISA's problem-solving process introduced by teachers and apply it well when solving new realistic problems. In addition, compare the results between the pretest and the posttest, compare students' performance during the survey in phase 2 with their results of the output test (posttest) we found that students' problem-solving competence on the knowledge of equations was significantly improved after the teaching experiment. The analysis of students' works and comparison of questions of the same type of PCK knowledge with equivalent content in these two tests are also performed.

The results of students' performance in each question of the same type of PCK knowledge have improved, especially for exercises with practical content, most of them can identify the object to set as the unknown. However, students still have difficulties and errors when relating contextual knowledge to mathematical relationships so that they can translate realistic problems into mathematical models. This proves that students' problem-solving competence is still limited, although it has improved through 13 experimental teaching lessons. Teachers need to create opportunities for children to practice and hone practical problems more often.

The results of the interviews with students after the teaching experiment showed that at first, students had some difficulties when solving contextual problems: Understanding the textual language of the contextual problem; applying appropriate knowledge to solve the given problem; mathematical modeling of realistic problems; explain the mathematical results received, the true/false, good/not good of the mathematical results received. After the teaching experiment, the majority of students found that they can visualize the problem-solving process better, have more experience in applying concepts and procedures related to the mathematical knowledge used, and have more experience in assessing the true/false, good/not good of the mathematical problem solutions, and it is possible to translate the mathematical problem solution back to answer the original realistic problem. The interviewed students all realized the importance of understanding concepts, because understanding the meaning of the concepts helps students easier to determine which knowledge should be used to solve the given problem. Moreover, students also find it necessary to have procedural fluence of the used knowledge in the mathematical problem-solving process. Because of that, students see that it is necessary to flexibly combine both concepts and procedures related to the knowledge used in the problem-solving process in order to get a high efficiency in solving realistic problems.

Although students' problem-solving competence has been improved after teaching experiments, it is also necessary to realize that the formation and development of students' problem-solving competence is a long process, requiring teachers to regularly integrate realistic problems in the teaching curriculum, regularly create opportunities for students to practice, practicing problem-solving, gradually form reasoning and problem-solving skills, contributing to improve students' problem-solving competence.

5.2. Summarize of the research results

Inheriting and developing research results obtained in Vietnam and abroad on conceptual, procedural and contextual knowledge as well as their relationship, on the one hand, this study contributes a part of the theory on the combination of conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations in problem-solving, on the other hand, this study also contributes a knowledge classification designed based on the procedural and conceptual aspects of knowledge as a tool to design tests/questionnaires/surveys to assess students' conceptual knowledge, procedural knowledge problem-solving competence. The study also contributes the components of the problem-solving competence. At the same time, the study provides a theoretical framework for contextual teaching approaches in order to improve students' conceptual knowledge and problem-solving competence on the knowledge of equations. Specifically, the thesis has achieved the following main results:

(1) Proposing a knowledge classification based on procedural and conceptual aspects of knowledge (which is called the PCK knowledge classification), including five knowledge categories: PK1, PK2, CK1, CK2 and PCK, are used as tools to design survey questionnaires, tests, ... to collect data for the research.

(2) Investigating students' ability to use conceptual knowledge and procedural knowledge, to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge of equations in problem-solving.

(3) Proposing the components of students' problem-solving competence based on the PISA problem-solving process introduced in the PISA Framework 2021; investigating students' problem-solving competence of equations.

(4) Proposing a contextual teaching approach consisting of three stages and five steps in order to apply in teaching concepts and problem-solving on the knowledge of equations for students.

(5) Applying the suggested contextual teaching approach consisting of three stages and five steps in teaching experiment on the concepts of equations to promote students' conceptual knowledge of equations.

(6) Applying the suggested contextual teaching approach consisting of three stages and five steps in teaching experiment on problem-solving on the knowledge of equations to promote students' problem-solving competence on the knowledge of equations.

5.3. Contributions of the thesis

The obtained results of the thesis have certain contributions to theoretical and practical aspects of mathematics education, especially meeting the current trend of teaching and developing students' competence that is being implemented at present in Vietnam and around the world. In more details:

Theoretical aspect: On the basis of inheriting and developing domestic and foreign research results on conceptual knowledge and procedural knowledge as well as their relationship, on the one hand, this study contributes a part of the theory on the combination of contextual knowledge with conceptual and procedural knowledge of equations in solving problems, on the other hand, this study also contributes a knowledge classification designed based on the procedural and conceptual aspects of knowledge as a tool for designing tests/survey questionnaires to assess students' conceptual knowledge, procedural knowledge and problem-solving competence. The study also contributes the components of students' problem-solving competence. In addition, the study provides a theoretical framework for some contextual teaching approaches in order to promote students' conceptual knowledge and problem-solving competence of equations.

Practical aspect: This study provides the results of surveying the reality of students' ability to use conceptual knowledge, procedural knowledge, the ability to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge; students' problem-solving competence on the knowledge of equations. In addition, the thesis contributes some contextual teaching approaches, applied in teaching concepts and problem-solving on the knowledge of equations, promoting students' conceptual knowledge and problem-solving competence of equations.

5.4. Recommendations

In order to achieve the goals of the school mathematical education curriculum (2018), based on the results obtained in the thesis, we have the following recommendations:

(1) For curriculum of mathematics textbooks

- Adding more exercises assessing conceptual knowledge to the section “Questions and exercises” and the section “Practice” at the end of each lesson or of each chapter in the textbook.
- Adding more realistic problems when posing problems for mathematical knowledge to be taught, and in addition, adding more realistic problems in practice activities at the end of each lesson or of each chapter in the textbook.

Posing realistic problems to lead the appearance of underlying concepts gives students a feeling of excitement, attracts their attention, moreover, helps students see the application of concepts in real-life closed to their own. Adding realistic problems into practice activities at the end of each lesson aims to train students' ability to apply concepts and procedures related to learned concepts in problem solving, improving problem-solving competence.

- Adding practice questions in open-ended form for students to express their personal awareness and creatively apply learned knowledge. Pay attention to some open-ended questions that ask students to come up with a practical problem that applies the conceptual knowledge they have just learned, for example, related to knowledge of linear equations, ask students to answer questions of the form: *“Propose a problem related to finance that can be translated to solving the equations $2x + 100 = 7x$.”*

- Adding practical problems with interdisciplinary integration to the practice at the end of each chapter, between mathematics and other subjects such as physics, chemistry, biology, geography, informatics, technology, history, art,...., creating opportunities for students to experience and apply mathematics in practice, allowing chances for students to practice and improve their problem-solving competence, contributing to achieving the goals of the school mathematical education curriculum.

(2) For mathematics teachers

- Teachers should pay more attention to teach conceptual understanding for students, helping students understand the meaning of the concepts will help them actively apply in problem solving. Enhancing practice activities, practice understanding concepts for students through the system of questions in class and homework.

- Teachers should use contextual teaching approaches to teach students to understand concepts, apply active teaching techniques in organizing learning activities in order to bring the best teaching effect.

- Teachers should pay more attention in teaching and training for students to combine conceptual and procedural knowledge with contextual knowledge to solve mathematical problems and solve realistic problems. The training activities of teachers for students are often integrated in theory teaching activities, in exercise and practice lectures, and in extracurricular activities.

- Teachers should pay more attention to form and develop students' problem-solving competence, including both mathematical problems and

realistic problems, in the classroom and in extracurricular activities. These activities include: Applying constructivist teaching approach to improve students' problem-solving competence; applying active teaching techniques in problem-solving teaching; diversifying in the design of tests, assessing students' problem-solving competence.

The contextual teaching approach consisting of three stages and five steps in problem-solving teaching proposed by the author in the thesis could be method that can be applied. Moreover, the method to design tests meeting five knowledge categories of the PCK knowledge classification, combined with open-ended questions, helps teachers have more options to design tests assessing students' problem-solving competence.

- Teachers should be more proactive in organizing teaching by subjects/topics, actively choosing knowledge and how to organize teaching activities, as long as they meet the objectives of the lesson/chapter. The initiative will help teachers have more time to implement constructivist teaching approaches and apply active teaching techniques in teaching by topics/topics.

(3) For educational managers

- Inspecting and supervising the compilation of mathematics textbooks at all levels based on the objectives of the school mathematical education curriculum (2018), meeting its requirements, educational contents, including how to organize experiential activities and thematic systems; educational methods, and methods to evaluate educational outcomes.

Education managers should pay more attention to the contents proposed in item (1) to add to the curriculum of textbooks compiled under the school mathematical education curriculum (2018).

- In the training courses for mathematics teachers to implement the school mathematical education curriculum, educational managers need to pay more attention to training to innovate teaching methods, including constructivist and contextual teaching approaches; pay more attention to training innovation in testing and assessing students with the aim of improving students' mathematical competence.

- Giving teachers more autonomy in organizing teaching activities, encouraging teachers to teach by topic/theme, encouraging creative activities of teachers in teaching and developing students' competence, especially interested in teaching and developing students' conceptual knowledge, procedural proficiency, and problem-solving competence.

5.5. Limitations and future research

Equations are important topics in the school mathematical education curriculum, follow students from elementary to high school level. Concepts of equations, defined domain and solutions of equations, equivalence equations, corollary equations, etc. are concepts that often cause difficulties for students in solving mathematical problems and solving related realistic problems.

The theoretical and experimental framework of the thesis is limited to the knowledge of equations, including linear and quadratic equations, the equations reduced to linear and quadratic equations.

Moreover, the research and experimental subjects of the thesis are also limited to grade 10 students at high schools in the South Central and Central Highlands provinces. There are two main reasons for us to focus our research on grade 10 students. Firstly, the concept of equations is expressed in the language of functions and variable clauses which are included in the Algebra 10 curriculum. Secondly, Vietnam is very interested and invested in the Program for International Student Assessment (PISA), with students participating in the assessment from 15 years old 3 months to 16 years old 2 months, who are at the bottom of grade 9 and the beginning of grade 10 in high school. PISA emphasizes mathematical competence, including students' problem-solving competence, which is very consistent with the goals of the school mathematical education curriculum (2018). Therefore, grade 10 students are the object of our attention to focus on research.

On the other hand, because the thesis focuses on studying conceptual and procedural aspects of knowledge, as well as students' ability to combine two types of knowledge in problem solving, among the core competencies of the mathematical competence presented by the National Research Council (NRC, 2001) and the school mathematical education curriculum (2018), we are limited to the study conceptual understanding, procedural proficiency, and problem-solving competencies.

Some research problems for future works:

(1) Expanding the theoretical and experimental framework of the thesis for other types of knowledge with equations, such as inequalities/systems of inequalities, limits, derivatives, Corresponding to these knowledge, we will also extend the research participants to students at higher education levels, or students at universities and colleges.

(2) Investigating factors affecting students' mathematical competencies, such as conceptual understanding, procedural proficiency, problem-solving competence, mathematical modeling competence,.... Based on the investigated results, propose teaching approaches to improve these components of students' mathematical competencies.

LIST OF PUBLICATIONS RELATED TO THE THESIS

1. Hồ Thị Minh Phương (2017). Kiến thức quy trình và kiến thức khái niệm về hàm số bậc nhất hướng tới áp dụng giải quyết các vấn đề thực tế trong chương trình trung học cơ sở. *Tạp chí Khoa học và Giáo dục - Trường Đại học Sư phạm Huế*, 1 (41), 5-13.
2. Ho, T.M.P. (2019). A study on difficulties of grade 10 students in integrating procedural and conceptual knowledge on quadratic equations to solve realistic problems. *Vietnam Journal of Education*, 5, 139-145.
3. Ho, T.M.P. (2019). On the Procedural-Conceptual Based Taxonomy and Its Adaptation to the Multi-Dimensional Approach SPUR to Assess Students' Understanding Mathematics. *American Journal of Educational Research*, 7 (3), 212-218.
4. Ho, T.M.P. (2020). Measuring Conceptual Understanding, Procedural Fluency and Integrating Procedural and Conceptual Knowledge in Mathematical Problem-Solving. *International Journal of Scientific Research and Management*, 8 (5), 1334-1350.
5. Hồ Thị Minh Phương (2021). Đo năng lực giải quyết vấn đề về phương trình bậc nhất của học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học – Đại học Huế*, 130 (6B). DOI: <https://doi.org/10.26459/hueunijssh.v130i6B.6154>
6. Hồ Thị Minh Phương (2021). Kết hợp phương án REACT với các giai đoạn dạy học theo bối cảnh để nâng cao mức độ hiểu khái niệm phương trình của học sinh lớp 10. *Tạp chí Khoa học – Trường Đại học Sư phạm Huế*, 2 (58), 63-75.
7. Hồ Thị Minh Phương (2021). Dạy học theo bối cảnh chủ đề “phương trình bậc nhất và phương trình bậc hai” (Đại số 10) nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh. *Tạp chí giáo dục*, số đặc biệt 9/2021, 47-51.
8. Ho, T.M.P. (2020). The Procedural-Conceptual Based Taxonomy and its Applications to Design and Analyze Tasks for Assessing Students' Mathematical Understanding. *Proceedings of the 1st International Conference on Innovation in Learning Instructions and Teacher Education – ILITE 1*, Hanoi National University of Education, 14th -15th December, 2019, 427-439.
9. Hồ Thị Minh Phương (2022). *Sử dụng vấn đề bối cảnh trong dạy học nhằm nâng cao năng lực giải quyết vấn đề về phương trình của học sinh lớp 10*. Hội thảo Quốc tế về Giáo dục toán học, Viện Khoa học giáo dục Việt Nam, Hà Nội, 14-15/10/2021.

PROJECTS

1. Hồ Thị Minh Phương (Chủ nhiệm đề tài, 2018). Kết hợp kiến thức khái niệm và kiến thức quy trình về phương trình bậc hai trong chương trình đại số 10 vào giải quyết các vấn đề có nội dung thực tế. *Đề tài cấp Trường, Trường Đại học Quy Nhơn*, mã số T2018.555.04, thực hiện từ 01/2018 đến 12/2018.